

[2pt]

**Opgave 1** Laat zien dat de limiet

$$\lim_{z \in \mathbb{C}, z \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Re}(z^2)}{z^2}$$

niet bestaat.

[3pt]

**Opgave 2** Bereken de convergentiestraal van de machreeksontwikkeling

$$\frac{\cos(x)}{1+x^6} = \sum_{n \geq 0} a_n (x-1)^n.$$

[2pt]

**Opgave 3** Laat zien door de Cauchy-Riemann vergelijkingen toe te passen dat de functie

$$f(z) := \left( \operatorname{Re}(z)^2 - \operatorname{Im}(z)^2 \right) + 2i \left( \operatorname{Re}(z) \operatorname{Im}(z) \right)$$

complex differentieerbaar is.

[3pt]

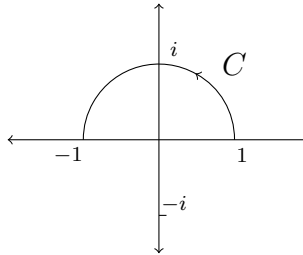
**Opgave 4** De functie  $e^{z+z^{-1}}$  heeft een Laurentreeksontwikkeling

$$e^{z+z^{-1}} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n z^n.$$

Laat zien dat  $a_0 = \prod_{k \geq 0} (k!)^{-2}$ .

[3pt]

**Opgave 5** Zij  $C$  de volgende half-cirkel:



Geef een paramtrizatie van  $C$ .

Gebruik de definite van lijnintegraal om  $\int_C \frac{dz}{z}$  te berekenen.

[4pt]

**Opgave 6** Bereken

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2ix}}{1+x^2} dx$$

door deze integraal met een complexe lijnintegraal in de bovenste half-vlak te vervangen.