

Tweede deeltoets Wiskundige Technieken

Donderdag 17 juni 2010, 13.00–15.00, Educatorium α .

De toets is *gesloten boek*. Wees beknopt maar volledig en *motiveer je antwoorden!* Zet je gsm uit. Je mag een rekenmachine gebruiken, maar deze mag niet programmeerbaar zijn (geen TI83). *Succes!*

1. Definities en begrippen.

- Uit welke onderdelen bestaat een Recurrente Betrekking en wat verstaan we onder het oplossen ervan?
- Wat is de waarde van ϕ , de zogenaamde *Gulden Snede*?
- Hoeveel bewegingen kost het verplaatsen van n schijven in de *Torens van Hanoi*?
- Hoe kun je het aantal binaire bomen van n knopen bepalen?

2. Tuinpad betegelen met Homogene Recurrenties.

Je wilt een tuinpad van 2 bij n meter betegelen, waarbij je beschikt over tegels van 1 bij 2 meter en tegels van 2 bij 2 meter. Noem het aantal betegelingen T_n .

- Beargumenteer dat, voor $n \geq 2$ geldt: $T_n = T_{n-1} + 2T_{n-2}$.
- Geef een formule voor T_n .
- Bereken T_6 , zowel met de formule uit (a) als met die uit (b).

3. Recurrentie.

Gegeven is de recurrente betrekking

$$T_n = n \cdot T_{n-1} + 3n! \quad \text{met} \quad T_0 = 5.$$

- Is deze betrekking *lineair*, is hij *homogeen*, heeft hij *constante coëfficiënten*, en wat is zijn graad?
- Los deze betrekking op.

4. Dwangterm.

- Los op de recurrentie $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 3 \cdot 2^n$ met startwaarden $a_0 = -2$ en $a_1 = -6$. (**Hint:** homogene, particuliere, algemene, specifieke oplossing.)
- Los op de recurrentie $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 3^n$ met startwaarden $a_0 = 0$ en $a_1 = 0$.