

Tentamen WISN101 Wiskundige Technieken

Ma 4 nov 2013 13:30 – 16:30

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- De volgorde waarin je de opgaven maakt is vrij.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van electronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- **Let op je tijd!** Totaal 56 punten.

1. (a. 4pt, b. 4pt.)

a. Bereken zw in poolcoördinaten, als $z = \frac{1-i}{2}$ en $w = \sqrt{3} - i$.

b. Druk $\sin(2x)$ en $\cos(2x)$ uit in $\sin x$ en $\cos x$ met behulp van complexe e-machten.

2. (4pt)

Aan de kromme $y = 1/x$ tekent men de raaklijn in het punt $(a, 1/a)$ met $a > 0$. Bereken de oppervlakte van de driehoek ingesloten door deze raaklijn en de beide coördinaatassen.

3. (a. 4pt, b. 2pt.)

a. Laat zien dat het vierde orde Taylorpolynoom met steunpunt 0 van $\sqrt{1-x^2}$ gelijk is aan $1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4$.

b. Geef hiermee een rationale benadering van $\frac{1}{2}\sqrt{3}$.

4. (4pt)

De functie f is gegeven door $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ als $x \neq 0$, en $f(0) = 0$. Bepaal $f'(0)$ met behulp van de definitie van afgeleide.

5. (4pt)

Bereken indien mogelijk $\int_0^{\infty} xe^{-x} dx$, of leg uit waarom dat niet mogelijk is.

Z.O.Z.

6. (a. 4pt, b. 4pt, c. 4pt)

Bereken de volgende primitieven.

a. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

b. $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

c. $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x + 2} dx$

7. (a. 4pt, b. 2pt, c. 4pt)

Gegeven $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

a. Toon aan dat $(f'(x))^2 - (f(x))^2 = 1$.

b. Beargumenteer (zonder van vraag (c.) gebruik te maken) dat de inverse functie f^{-1} van f bestaat.

c. Bepaal de inverse functie $f^{-1}(x)$.

Hint: schrijf $u = e^x$ en vind een kwadratische vergelijking in u .

8. (a. 4pt, b. 4pt)

We bekijken het randwaardeprobleem bestaande uit de DV $y'' + 2y' + 5y = 3 \cos x$ met randwaarden $y(0) = 0$ en $y(\frac{1}{4}\pi) = \frac{13}{10}$.

a. Laat zien dat $y_P = \frac{3}{5} \cos x + \frac{3}{10} \sin x$ een particuliere oplossing is van de inhomogene vergelijking.

b. Bepaal de oplossing van het randwaardeprobleem.

9. (10pt)

Onderzoek de functie $f(x) = \log(4 - \sqrt{3x})$ en schets de grafiek.

NB: log is hier de natuurlijke logaritme.