

# Tentamen WISN101 Wiskundige Technieken 1

Ma 7 nov 2016 13:30–16:30

## Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 50 punten.

1. Gegeven zijn de vectoren  $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{i}} - 6\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}}$  en  $\mathbf{v} = 3\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}$ .

- a. Toon aan dat  $\mathbf{u}$  en  $\mathbf{v}$  orthogonaal zijn. 2 pt.
- b. Bereken een vector  $\mathbf{w}$  die loodrecht op  $\mathbf{u}$  en  $\mathbf{v}$  staat en waarvan de eerste coördinaat 13 is. 4 pt.

2. Beschouw de complexe getallen  $v = \frac{-1 - i}{\sqrt{2}}$  en  $w = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ .

- a. Bereken modulus en argument van het product  $vw$ . 4 pt.
- b. We nemen de verzameling  $\mathcal{B}$  bestaande uit de getallen  $z = x + iy \in \mathbb{C}$  waarvoor geldt 4 pt.

$$x^2 + y^2 = 1, \quad 0 < x < 1 \quad \text{en} \quad 0 < y < 1.$$

Bepaal het beeld (formules en plaatje) van  $\mathcal{B}$  onder de afbeelding (complexe functie)  $z \mapsto w^2 z$  met  $w$  als boven.

3. De functie  $f$  wordt beschreven als volgt: 4 pt.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{als } x < \frac{\pi}{2}, \\ e^{x \cos x} & \text{als } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Bepaal  $a$  en  $b$  zo dat  $f$  differentiëerbaar is op heel  $\mathbb{R}$ .

4. Stel het derde-orde Taylorpolynoom van  $f(x) = e^{e^x}$  in het steunpunt 0 op. 4 pt.

5. a. Bereken  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{x}}$ . 4 pt.

b. Evalueer  $\int \frac{4x^2 + 2x + 4}{x^3 - 8} dx$ . 4 pt.

*Hint: laat zien dat  $4x^2 + 2x + 4 = (x - 2)(2x + 2) + 2(x^2 + 2x + 4)$ , en factoriseer de noemer.*

6. Zij  $f$  een polynoom van graad  $2n$ . We definiëren de functie  $g$  als

$$g(x) = f(x) - f''(x) + f^{(4)}(x) - f^{(6)}(x) \cdots + (-1)^n f^{(2n)}(x);$$

de even afgeleides van  $f$  worden dus beurtelings afgetrokken en opgeteld.

a. Laat zien dat  $g(x) + g''(x) = f(x)$ . 2 pt.

*Hint: heeft niets met d.v.'s te maken!*

b. Laat zien dat  $\frac{d}{dx}(g'(x) \sin x - g(x) \cos x) = f(x) \sin(x)$ . 2 pt.

c. Laat zien dat  $\int_0^{\pi} f(x) \sin x dx = g(0) + g(\pi)$ . 2 pt.

7. Los de vergelijking  $\frac{dy}{dx} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{y}$  met beginwaarde  $y(0) = 2$  op. 6 pt.

8. Onderzoek de functie  $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$  en schets de grafiek. 8 pt.

ALSJEBLIFFT CURSUSEVALUATIE INVULLEN:

