

Deeltoets Wiskundige Technieken 2

Maandag 11 december 2023, 13.30 - 15.00

- Probeer zo netjes mogelijk te werken. Onleesbare tekst wordt niet beoordeeld.
- Veel succes!

1. Gegeven is de matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- (3 pt) Bereken de eigenwaarden van A .
- (3pt) Bereken de bijbehorende eigenvectoren.

2. De kromme C wordt geparametriseerd door $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos(2\pi t) \\ \sin(2\pi t) \\ 1 - t^2 \end{pmatrix}$, met $0 \leq t \leq 1$.

- (1 pt.) Laat zien dat $\mathbf{r}(t)$ voor alle $0 \leq t \leq 1$ op het oppervlak van een cilinder ligt.
- (1 pt.) Maak een schets van $\mathbf{r}(t)$.
- (2 pt) Bepaal de snelheidsvector in het punt $(-1, 0, 3/4)$.
- (2 pt) Bereken de lengte van C .

3. Het oppervlak A is de grafiek van $z = f(x, y)$, met $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$. Op dit oppervlak ligt het punt $P = (1, 1, 2)$.

- (2 pt.) Bepaal twee raakrichtingen \mathbf{r}_1 en \mathbf{r}_2 aan A in het punt P .
- (1 pt.) Bepaal een normaal op A in het punt P .
- (2 pt) Geef de vergelijking van het raakvlak aan A in P .

4. Gegeven een scalaire functie $f(x, y)$ en een transformatie $x = g_1(r, \theta)$, $y = g_2(r, \theta)$.

- (2 pt.) Geef een uitdrukking voor

$$\frac{\partial}{\partial \theta} f(g_1(r, \theta), g_2(r, \theta))$$

in termen van de partiële afgeleiden van f , g_1 en g_2 .

- (2 pt) Neem $f(x, y) = x^2 \ln y$. Bepaal $\frac{\partial}{\partial \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta)$.

