In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A–Eskwadraat.
Het college WISN102 werd in 2008/2009 gegeven door J.W. van de Leur.

Wiskundige Technieken II (WISN102)
26 januari 2009

Opgave 1

Bepaal een primitieve van

a) $f(x) = x^2 \sin(3x)$

b) $\dfrac{x}{2x^2 - 3}$

Opgave 2

a) Bepaal alle evenwichtspunten van het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 1 - xy, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = xy - y + x - 1\,.$$

b) Bepaal een lineaire benadering rond elk evenwichtspunt.

c) Bepaal voor elk evenwichtspunt of dit een stabiel of instabiel evenwichtspunt is en geef met argumenten aan hoe een oplossing zich in de buurt van de evenwichtspunten gedraagt (Denk hierbij aan zadelpunt, spiraalpunt naar het evenwichtspunt toe, van het evenwichtspunt vandaan, e.d.).

Opgave 3

Bepaal alle reële oplossingen van de differentiaalvergelijking

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2x = e^t\,.$$

Opgave 4

Geef de tweede-orde Taylorbenadering van $e^x \cos(xy)$ in het punt $(0, 0)$.

Opgave 5

Bepaal met de kleinste-kwadratenmethode de rechte lijn die het best past bij de punten $(-1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$ en $(3, 3)$.

Opgave 6

Bepaal het maximum en minimum van de functie $f(x, y, z) = x+y$ onder de conditie dat $x^2+y^2+z^2 = 4$.

Opgave 7

Bereken de arbeid

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

waarbij $\mathbf{F} = (2x, y, 3z)$ en C de kromme is met beginpunt $(0,0,0)$ en eindpunt $(0,0,16\pi^2)$, die geparametriseerd wordt door

$$\mathbf{r}(t) = (\sin(t), \sin(t), t^2), \qquad 0 \leq t \leq 4\pi,$$

op de volgende twee manieren, namelijk (a) rechtstreeks en (b) door gebruik te maken van een stelling.

Opgave 8

Gegeven de kromme K met parametrisatie $\mathbf{r}(t) = (\cos(t), 4\sin(t), \cos(t))$ met $0 \leq t \leq 2\pi$.

a) Schets de kromme K en geef aan in welke richting de kromme doorlopen wordt.

b) Bereken de lijnintegraal $\int_K y\,dx - z\,dy$.

c) Bepaal $\iint_S \mathbf{rot}(2y\mathbf{i} - 2z\mathbf{j})d\mathbf{S}$, waarbij S wordt gegeven door $x(s,t) = s\cos(t)$, $y(s,t) = 4s\sin(t)$ en $z(s,t) = s\cos(t))$ met $0 \leq s \leq 1$ en $0 \leq t \leq 2\pi$. Hierbij kiezen we de normaal van S zodanig dat de z-coördinaat van de normaalvector negatief is.