Stromingsleer & Transportverschijnselen
Tussentoets 1

NS-265B

25 Februari, 15:15 - 16:45

- Geen open boek tentamen.
- Geen rekenmachine.
- Opgave 1 en 2 op verschillende bladen maken.
- Antwoorden in het Nederlands zijn prima.
- Deze tussentoets levert 18 punten op, de inleveropdracht de resterende 2 punten.

1 Advectie [6 pt]

We beschouwen een stationaire stroming ($\vec{u}$) tussen twee horizontale platen op hoogtes $z = H$ en $z = -H$. Deze stroming wordt gegeven door ($\vec{x} = \{x,\ y,\ z\}$)

$$\vec{u}(t, \vec{x}) = \left\{ \begin{array}{c} -\alpha(z-H)(z+H) \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

a 2pt) Bereken de advectie van snelheid.

De temperatuur T van de vloeistof is niet uniform, maar gegeven door

$$T(t, \vec{x}) = T_0 + \beta(x + y - z)$$

b 2pt) Bereken de advectie van temperatuur

c 2pt) Wat is juist? Een vloeistofpakketje dat tussen de twee platen stroomt ($\alpha, \beta > 0$):

- wordt geleidelijk kouder
- blijft even warm
- wordt geleidelijk warmer.
- Een antwoord is niet te geven.

Table 1: Relaties voor de complexe stroomfunctie en transformaties

$\dfrac{dw(\zeta)}{d\zeta} = u_* - iv_*$	$\dfrac{dW(z)}{dz} = u - iv = \dfrac{dw/d\zeta}{dz/d\zeta}$
$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$	

2 Stroming rond een symmetrische vleugel [12 pt]

We beschouwen de complexe potentiaal $w(\zeta)$ voor de stroming rond een cilinder met straal $a + \lambda$ met als het centrum op $i\gamma$:

$$w(\zeta) = U\left[(\zeta - i\gamma) + \frac{(a+\lambda)^2}{(\zeta - i\gamma)}\right] - \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln(\zeta - i\gamma).$$

Hierin zijn γ en Γ reële getallen, is $\gamma > 0$ en bekijken we de situatie waarbij $(a+\lambda)^2 = a^2 + \gamma^2$. Op deze stroming laten we een Joukowskitransformatie los, waarbij z wordt gegeven door

$$z = \zeta + \frac{a^2}{\zeta}.$$

a 3pt) laat zien dat $u - iv$ wordt gegeven door

$$u - iv = \frac{U\left[1 - \dfrac{(a+\lambda)^2}{(\zeta - i\gamma)^2}\right] - \dfrac{i\Gamma}{2\pi(\zeta - i\gamma)}}{1 - \dfrac{a^2}{\zeta^2}}$$

b 4pt) Voor welke Γ is $u - iv$ eindig op $\zeta = \pm a$?
Hint: gebruik dat $(a - i\gamma) = (a+\lambda)e^{-i\alpha}$ met $\alpha = \arcsin(\gamma/(a+\lambda))$.

Zowel $\zeta = i(a + \lambda + \gamma)$ als $\zeta = i(-a - \lambda + \gamma)$ transformeren naar het punt $z = 2\gamma i$.

c 5pt) Laat zien, voor de Γ gevonden bij b), dat $u - iv$ aan de bovenzijde van de vleugel ($z = (2\gamma + \epsilon)i$) niet gelijk is aan $u - iv$ aan de onderzijde van de vleugel ($z = (2\gamma - \epsilon)i$) waarin ϵ een reëel getal is en $\epsilon \downarrow 0$.
- Aanwijzing voor als je geen antwoord bij b) hebt: $\Gamma < 0$.