7,3,9,10 = $\frac{29}{4}$ = 7,3

8,7 · 2 = 17,4
7,3 · 3 = 21,9
7,5 · 5 = 37,5 +
76,8

7,5/8

Geschiedenis van de Wiskunde WISB281

Hertentamen 7 april 2009

Het tentamen bestaat uit twee delen:

1. Algemeen deel: twee vragen die je allebei moet beantwoorden.
2. keuzedeel: 4 vragen waarvan je er 2 moet maken.

Voor elke uitwerking krijg je een beoordeling (0–10). Het eindcijfer is de som van de beoordelingen gedeeld door $2 + \max\{2, k\}$, waarin k het aantal gemaakte keuzevragen is. Verder geldt:

- Vermeld studentnummer en naam op eerste blad, naam op vervolgbladen.
- Licht je antwoorden toe.
- Gebruik van hulpmiddelen (rekenmachines, boeken, aantekeningen) is niet toegestaan.
- De netheid van het werk kan invloed hebben op de beoordeling.
- Het is jouw verantwoordelijkheid de antwoorden voor precies één uitleg vatbaar te laten zijn.

1 Algemeen deel

1. Maak de best mogelijke koppeling tussen onderstaande begrippen en onderstaande personen. Geef bij elke persoon in de rechter kolom een (globale) tijdsaanduiding (eeuw of beter). Er blijft één *mismatch* over, geef duidelijk aan welke dat is.

	imaginair	Archimedes	4	4^e v.C.
	incommensurabel	Bombelli		16^e
2	incompleet	Cavalieri	1	17^e
	indiase cijfers	Cayley	5	19^e
1	indivisibel	Dedekind		20^e
3	infinitesimaal	Fibonacci	6	16^e
4	inhoud	Fourier		19^e
	invariant	Gödel	2	20^e
5	involutie	Leibniz	3	17^e
6	irrationaal	Pythagoras		3^e v.C.

IMAGINAIR
INCOMMENSURABEL
INDIASE CIJFERS
INVARIANT

2. Wat verstaat men onder "mathematica pura" en wat onder "mathematica mixta"? Maak duidelijk wat het verschil is en noem van elk enkele voorbeelden. Vergelijk deze begrippen ook met de moderne begrippen "zuivere" en "toegepaste" wiskunde.

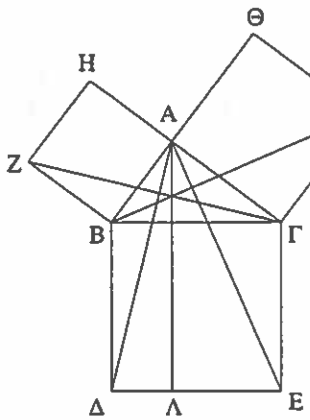
2 keuzedeel: maak 2 van de volgende 4 opgaven

1. Volgens de Stelling van Pythagoras is, bij een rechthoekige driehoek, de som van de vierkanten op de rechthoekszijden gelijk aan het vierkant op de schuine zijde.

    (a) Geef een bewijs van de Stelling van Pythagoras aan de hand van bijgaande figuur.

    (b) Maakt de stelling en/of het bewijs gebruik van het zgn. parallellenpostulaat van Euclides? Verklaar hoe je tot je antwoord komt.

    (c) Leg uit waarom het niet zinnig is om deze Stelling in de hyperbolische meetkunde te formuleren.



2. In 1830 beschreef de Fransman Evariste Galois een theorie waarin hij het oplossen van algebraische vergelijkingen op een geheel nieuwe manier beschouwde.

    (a) Onder welke bijzondere omstandigheden schreef hij zijn theorie op?

    (b) Noem de belangrijkste ingrediënten van zijn nieuwe beschouwingswijze, die later een grote rol zijn gaan spelen in de moderne wiskunde.

    (c) Beschrijf de betekenis van zijn theorie voor enkele (met name te noemen) klassieke problemen.

3. Met het volgende voorbeeld demonstreert Cardano zijn methode om een bepaald type vergelijking van de derde graad op te lossen.

    Voorbeeld: kubus & 6 posities zijn gelijk 20. Neem de kubus van 2, het derde deel van 6, dat wordt 8; vermenigvuldig 10, de helft van het getal, met zichzelf, dat is 100, tel 100 en 8 op, dat is 108, neem de wortel, dat is $\sqrt{108}$, en neem hem twee keer; tel bij de ene 10, de helft van het getal, op, en trek dit van de andere af, dan heb je een binomium $10 + \sqrt{108}$ en een apotoom $\sqrt{108} - 10$. Neem de kubische wortel van deze twee, en trek de (wortel) van het apotoom van de (wortel) van het binomium af, dan heb je de waarde van het *ding*,

$$\sqrt[3]{\sqrt{108}+10} - \sqrt[3]{\sqrt{108}-10}.$$

(a) Welke vergelijking lost Cardano hier op? Noem minstens twee andere typen vergelijking van graad 3 die Cardano apart behandelt.

(b) Als je bereid bent om negatieve getallen te gebruiken, dan kun je met dezelfde methode ook $x^3 - 9x = 10$ oplossen. Gebruik Cardano's voorbeeld om een oplossing te vinden van deze vergelijking.

(c) Ga na dat $x = 2$ en $x = 1 \pm \sqrt{6}$ oplossingen zijn van de vergelijking bij (b). Welk merkwaardig fenomeen doet zich nu voor? Welke rol heeft dit fenomeen gespeeld in de geschiedenis van de wiskunde?

4. Hieronder staan twee teksten die te maken hebben met goniometrie, een uit een leerboek van Christian Wolff (1738), en een uit een onderzoeksartikel van Euler (1748). Lees de teksten en beantwoord de volgende vragen.

   (a) Wat voor soort wiskundige objecten zijn de sinus, tangens etc. bij Wolff? En bij Euler? Licht toe.

   (b) Welke kennis over sinus, tangens, etc. willen de respectieve auteurs aan hun lezers overbrengen?

   (c) Welke ontwikkelingen in de 18e eeuw worden door de verschillen tussen de twee teksten geïllustreerd?

Uit een leerboek van Wolff [1] (fig. 1) De *halve Chorda* of *Pees AD* van een Boog AB, word genoemd de *Sinus* of *Hoekmaat* van de Boog AE, als ook van de Boog AI, die de halve deelen zyn van de Boogen AEB en AIB. Deswegen staat de Sinus ofte Hoekmaat van een Boog AD perpendiculair, of naar het paslood op de Radius of Straal van het rond EC. [...]
De Linie EF, die perpendiculair of na het paslood op het einde van de Radius ofte Straal EC gestelt word, heet de *Tangens* of *Raaklyn* van de boog AE, en vervolgens van de hoek ECA. Maar FC is de *Secans* of *Snylyn* van dezelve boog en hoek. [...hierna behandelt Wolff op dezelfde manier de cosinus, cotangens, en cosecans

[1] Grond-beginzelen van alle de mathematische weetenschappen, 1738

...] Eindelyk word de *Radius* of *Straal EC* genoemd de *Sinus Totus*, of *Rechte Hoekmaat.*[...]
De 1. Grondles. (fig. 2) De *Sinus* of Hoekmaten van gelykformige Boogen BC en EF, hebben eene evenredige vergelyking met hunne *Radii* of Straalen AB en ED.

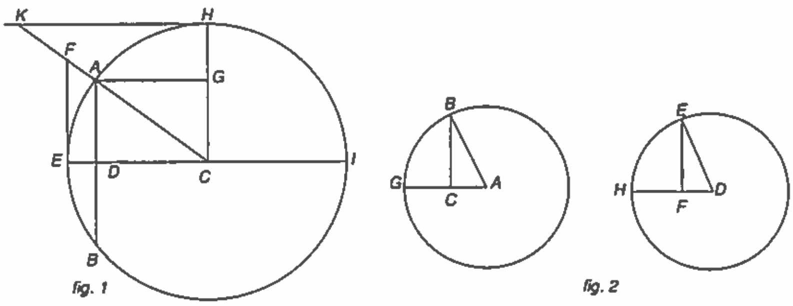


fig. 1 fig. 2

Uit een artikel van Euler [2] [...] ik veronderstel altijd dat de totale sinus = 1 [...] het grootste deel van de berekening zal dus gaan over de hoeken welke ik in de berekening zal introduceren, waarbij ik hun *sinus*, *cosinus*, *tangens*, *cotangens* zal aangeven met de tekens *sin*, *cos*, *tang*, en *cot* geplaatst vóór de letters die de hoeken uitdrukken. Dat zal de berekening aanzienlijk bekorten, vooral bij de integraties en differentiaties: welnu, omdat die manier van werken nog niet algemeen bekend is, zal het van pas komen te berichten dat de differentialen van de formules

$$\sin\phi, \ \cos\phi, \ \mathrm{tang}\phi, \ \cot\phi$$

zijn

$$d\phi\cos\phi, \ -d\phi\sin\phi, \ \frac{d\phi}{\cos\phi^2}, \text{ en } -\frac{d\phi}{\sin\phi^2}:$$

waarbij nog moet worden opgemerkt dat $\cos\phi^2$ het kwadraat van de cosinus van de hoek ϕ betekent, en $\sin\phi^2$ het kwadraat van de sinus van de hoek ϕ, en niet de cosinus of de sinus van het kwadraat van de hoek: hetgeen volstaat om de volgende berekeningen te begrijpen.

[2]Recherches sur la Question des Inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter, 1948.