

Tweede deelloets Algoritmiiek

14 april 2015, 17.00 – 19.00, Educ-Γ.

Motiveer je antwoorden kort. Stel geen vragen over de toets, maar vermeld bij twijfel hoe je de vraag interpreteert. Maak vraag 1 en 2 op bladzij 1, vraag 3 en 4 op bladzij 2, en vraag 5 en 6 op bladzij 3. Te halen 3pt voor elke vraag; uitslag is totaal plus 2 gedeeld door 2.

- Stack in Array:** Je houdt een Stack, met operaties $\text{Push}(x)$ (voeg x toe) en $\text{Pop}()$ (verwijder laatst toegevoegde), bij in een array. Bij een Push op een volle array, wordt een array van dubbele grootte aangemaakt, alle reeds aanwezige elementen worden verplaatst, en het nieuwe element wordt toegevoegd. Als bij een Pop het aantal elementen kleiner wordt dan een kwart van de lengte van de array, wordt een array van de halve grootte aangemaakt, en de overgebleven element worden daarheen verplaatst.
Bewijs of weerleg dat Stack operaties geamortiseerd $O(1)$ kosten.
- DFS en Cross edges:** (a) Wat verstaan we bij DFS onder een cross edge?
(b) Waarom komen cross edges niet voor als DFS wordt gedaan in een *ongerichte* graaf?
(c) Is deze bewering WAAR of ONWAAR (Motiveer!): *Elke uitgaande kant van de startknoop bij DFS wordt een tree-edge.*
- Min-Edge in Minimal Spanning Tree:** Gegeven is een gewogen graaf $G = (V, E, w)$. Een *MinKant* is een kant van minimaal gewicht in de graaf, dwz., e is een MinKant als $\forall f \in E : w(f) \geq w(e)$. Een *MaxKant* is een kant van maximaal gewicht.
(a) Bewijs of weerleg dat een MST altijd *alle* MinKanten bevat.
(b) Bewijs of weerleg dat een MST geen MaxKant kan bevatten.
(c) Maakt het voor (a) of (b) verschil als bovendien gegeven is dat alle kanten verschillend gewicht hebben?
- Routeplannen in bomen:** Voor een keverkolonie moet je een routeplanner maken die kortste paden berekent in de boom waar de kolonie woont.
(a) Wat is in het algemeen de complexiteit van het Bellman-Ford kortste pad algoritme?
(b) Bewijs of weerleg de bewering dat Bellman-Ford in $O(n \lg n)$ tijd werkt als de graaf een boom is.
(c) Wat is het beste algoritme om korste paden te berekenen in bomen?
- Radix conversie:** De radix- r representatie van een getal K is een rijtje van m digits $d_{m-1} \dots d_1 d_0$, elke digit $0 \leq d_i < r$, zo dat $K = \sum_i d_i \cdot r^i$.
(a) Geef een algoritme dat, gegeven de representatie $d_{m-1} \dots d_1 d_0$, K berekent in $O(m)$ tijd.
(b) Geef een algoritme dat, gegeven $K < r^m$, de radix- r representatie van K berekent in $O(m)$ tijd.
(c) Geef een algoritme dat, gegeven K en een positie i , in $O(1)$ tijd d_i bepaalt; hierbij mag je veronderstellen dat de machten van r zijn voorberekend en opgeslagen.
- Kortst Pad met drie kantlengten:** Een level van een zeker Dungeon game is een gewogen graaf met n grotten en m gangen. Het doorlopen van gang uv kost $w(uv)$ goudstukken en dit is altijd 1, 2 of 3. Ingangsgrot s en uitgang t zijn gegeven. Geef een manier om, in $O(n + m)$ tijd, een goedkoopste route van s naar t te vinden. Zeg waarom je de tijd $O(n + m)$ haalt.