

Toets Datastructuren

27 mei 2016, 11.00 – 13.00, Educ-Γ.

Motiveer je antwoorden *kort!* Zet je mobiel uit. Stel geen vragen over deze toets; als je een vraag niet duidelijk vindt, schrijf dan op hoe je de vraag interpreteert en beantwoord de vraag zoals je hem begrijpt. Maak vragen 1 en 2 op de voorkant, vragen 3 en 4 op pagina 2, en vragen 5 en 6 op pagina 3. Elke vraag levert evenveel punten.

- LinkaBurka:** Van een rij kabouters is de meest linkse, nr 1, een meisje en de meeste rechtse, nr n , een jongen. De rest draagt burka's zodat het geslacht niet bekend is. Je moet de meest linkse positie (laagste) vinden waar verschillende seksen aangrenzend staan.
 - Kan dit in $O(\lg n)$ stappen? Leg uit!
 - Geef een zo snel mogelijk algoritme.
 - Wat is de asymptotische complexiteit van je algoritme?
- Keer Drie:** De rij getallen b voldoet aan $b_0 = 1$ en $b_{n+1} = 3b_n - 1$. (De eerste waarden van de rij zijn dus $b_0 = 1$, $b_1 = 2$, $b_2 = 5$ en $b_3 = 14$.) Bewijs met inductie dat voor alle natuurlijke getallen n geldt $b_n = \frac{1}{2}(3^n + 1)$.
- Insertion Sort:** De rij [13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 21, 2, 7, 11] wordt gesorteerd met InsertionSort.
 - Met hoeveel getallen wordt de 11 gewisseld als 11 aan de beurt is om ingevoegd te worden?
 - Met hoeveel getallen wordt de eerste 7 gewisseld en met hoeveel de tweede 7?
 - Wat is de complexiteit van InsertionSort en bij welke invoer wordt het langst gerekend?
- Ordes en O :** Zijn deze beweringen WAAR of ONWAAR?
 - $O(n^2) + O(n) = O(n^3)$.
 - $2^n = \Theta(3^n)$.
 - $3^n = \Theta(2^n)$.
 - $f(n) = \Omega(g(n))$ impliceert $g(n) = O(f(n))$.
 - $O((\lg n)^2) = O(\lg n)$.
 - $O(\lg(n^2)) = O(\lg n)$.
 - $O(n) * O(n^2) = O(n^3)$.
 - $O(n^2) + O(n^2) = \Theta(n^2)$.
 - $O(\lg n) = O(\log n)$.
 - $O((\lg n)^3) = O(\sqrt{n})$.(Geef duidelijk aan over welke bewering je het hebt.)
- Sommaties:** Geef de uitkomst, en laat zien hoe je er aan komt, van:
 - $\sum_{i=0}^n (3i - 5)$
 - $\sum_{k=1}^{S+1} \frac{1}{2}(3^k - 1)$
 - $\sum_{k=2, k \text{ even}}^n 1/k$
- Radix Sortering:** Peet Pan moet een lijst sorteren van ongeveer honderdmiljoen bankrekeningnummers; een rekeningnummer heeft 9 cijfers en is opgeslagen als uint. Peet besluit CountingSort toe te passen, eventueel aangepast met RadixSort.
 - Schat hoeveel geheugen Peet nodig heeft als hij alleen CountingSort gebruikt.
 - Peet besluit in drie fasen te gaan Radixen: eerst op eenheden (laatste drie cijfers), dan op duizendtallen (middelste drie cijfers), dan op miljoenen (voorste drie cijfers). Geef een C#-formule die de numerieke waarde van het middelste groepje cijfers oplevert. Dit moet je numeriek doen, je mag geen string-functies gebruiken.
 - Peets collega zegt dat je beter kunt Radixen op de 16 hoogste en 16 laagste bits van een getal. Hoeveel geheugenruimte is nodig? Geef een formule die de 16 *minst* significante bits van een getal oplevert.