

Eerste Toets Datastructuren

22 mei 2019, 13.30 – 15.30, Educ- β en Megaron.

Motiveer je antwoorden *kort!* Stel geen vragen over deze toets; als je een vraag niet duidelijk vindt, schrijf dan op hoe je de vraag interpreteert en beantwoord de vraag zoals je hem begrijpt. Vraag 4 is 2pt en elke andere vraag is 3pt. Maak vraag 1 en 2 op de voorkant, vraag 3 en 4 op pagina 2 en vraag 5 op pagina 3.

1. **Volledige inductie:** Bewijs *een van deze twee* stellingen met inductie:

(a) voor elke $n \geq 0$ geldt $\sum_{k=0}^n 3k = 2n(n-1)$;

(b) voor elke $n \geq 0$ geldt $\sum_{k=0}^n 4k = 2n(n+1)$.

Gebruik inductie voor het bewijs!

2. **Ordes en O :** Zijn deze beweringen WAAR of ONWAAR?

(a) $O(n^2) \times \Theta(n) = O(n^3)$.

(b) $3^{n/2} = O(2^n)$.

(c) $3^n = \Theta(2^n)$.

(d) $f(n) = O(g(n))$ impliceert $g(n) = \Omega(f(n))$.

(e) $2\sqrt{n} + 3\log n = O(\log n)$.

(f) $O(\lg(n^2)) = O(\lg n)$.

(g) $O(n) + O(n^2) = O(n^3)$.

(h) $O(n^2) + O(n^2) = \Theta(n^2)$.

(i) $O(\lg n) = O(10 \log n)$.

(j) $(n+5)^3 = O(n^3)$.

(Geef duidelijk aan over welke bewering je het hebt.)

3. **Sommaties:** Geef de uitkomst van

(a) $\sum_{i=0}^n (2i+3)$

(b) $\sum_{j=0}^n 3^j - j$

(c) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1}$

4. **Sorteren van bijna-goede rij:** Je moet een array A sorteren, waarvan de elementen verschillend zijn en al bijna op de goede plek staan: voor elke i is de rang van $A[i]$ (dat is: het aantal elementen kleiner dan $A[i]$) minstens $i-3$ en hoogstens $i+3$.

(a) Kun je InsertionSort zo aanpassen dat A in lineaire tijd wordt gesorteerd?

(b) Kun je SelectionSort zo aanpassen dat A in lineaire tijd wordt gesorteerd?

Zeg bij elk ook hoe of waarom niet.

5. **Onderkant:** Gegeven is een *ongesorteerde* array A van $n > 3$ verschillende integers. Je moet een *onderkant-getal* opleveren, dat is een getal dat tot de kleinste $\frac{n}{2}$ getallen behoort.

(a) Geef een of twee nadelen van deze oplossing: `A.Sort(); return A[1];`.

(b) Geef een methode `int onder(int[] A)` die zo weinig mogelijk vergelijkingen doet en een onderkant-getal oplevert.