

Tentamen Geometrische Algoritmen, 25 februari 2004, 9–12 uur

Voor dit tentamen zijn 10 punten te halen. Lees elke opgave zorgvuldig door voordat je 'm beantwoordt; zorg dat je begrijpt wat er gevraagd wordt. Controleer achteraf of je inderdaad de vraag hebt beantwoord. Maak eerst de opgaven die je makkelijk vindt, en daarna pas de moeilijkere. Het tentamen is gesloten boek.

Je krijgt het eerste punt kado als je je naam op alle ingeleverde vellen zet, op de eerste ook je collegekaartnummer, en als je voldoende netjes schrijft.

1. (1 punt) Beschrijf duidelijk hoe een zoekactie in een priority search tree wordt uitgevoerd. Geef ook de zoektijd in $O(\cdot)$ -notatie.
2. (1 punt; -0.5 punt per fout of niet ingevuld antwoord) Gegeven een simpel polygoon P met n vertices en een simpel polygoon Q met m vertices. Wat is de maximale complexiteit van de Minkowski sum van P en Q ? Druk het antwoord uit in n en m , in $O(\cdot)$ -notatie (natuurlijk wordt een scherpe bovengrens verwacht):
 - (a.) in het algemene geval van twee simpele polygoon P en Q ;
 - (b.) als P convex is en Q simpel;
 - (c.) als P en Q beiden convex zijn.
3. (1 punt) Geef de definitie van de Delaunay graaf van een verzameling P met n punten in het vlak.
4. (1 punt) Hoe snel kan een arrangement van n lijnen in het platte vlak berekend worden? Geef het antwoord in $O(\cdot)$ -notatie. Beschrijf ook de aanpak heel globaal (3–5 zinnen).
5. (1.5 punten) We willen een verzameling R met n rechthoeken in het platte vlak opslaan voor de volgende zoekacties. Gegeven een zoekpunt q , rapporteer alle rechthoeken van R die q bevatten. Beschrijf hiertoe een datastructuur en een zoekalgoritme.
De rechthoeken van R zijn as-parallel en kunnen snijden. De datastructuur moet zo efficiënt mogelijk zijn in geheugengebruik en zoektijd. Geef ook het geheugengebruik en de zoektijd in $O(\cdot)$ -notatie.
6. (1 punt) Stel een lijn ℓ snijdt een lijnstuk $s = \overline{pq}$.
 - (a.) Wat is de duale situatie als s en ℓ niet-vertikaal zijn?
 - (b.) Wat is de duale situatie als s vertikaal is en ℓ niet-vertikaal is?

Z.O.Z.

7. (1.5 punten) We willen het volgende probleem oplossen met een sweep algoritme: Gegeven een verzameling S met n mogelijk snijdende lijnstukken in het platte vlak. We willen de kortste horizontale afstand tussen twee punten p, q vinden waarvoor geldt dat: p ligt op s , en q ligt op s' , en $s, s' \in S$, en $s \neq s'$ (maar $p = q$ is soms mogelijk).
- Geef een plane sweep algoritme waarin je duidelijk de statusstructuur en de eventafhandeling beschrijft. Het algoritme moet in $O(n \log n)$ tijd werken.
8. (1 punt) Gegeven een vierkant $V = [0, 10] \times [0, 10]$, en een verzameling P met n punten in dit vierkant V . We zijn op zoek naar de grootste cirkel die volledig binnen V ligt en geen punten van P in het binnengebied heeft. Kan dit probleem opgelost worden met randomized incremental construction in $O(n)$ verwachte tijd? Zo ja, leg uit hoe. Zo nee, leg uit waarom niet.