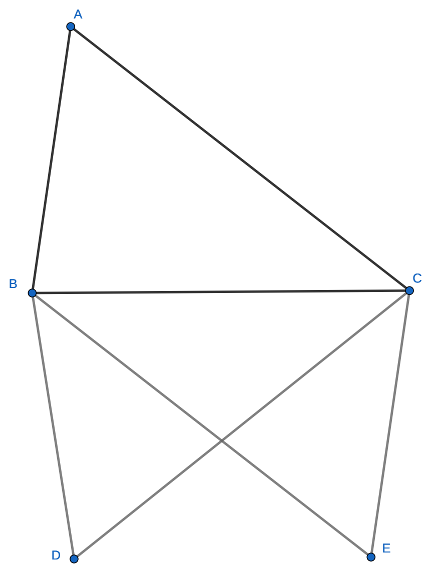
Opgave 1. Probeer zoveel mogelijk woordgrappen te verwerken in je uitwerkingen voor de even opgaven. De woordgrappen moeten aansluiten op je bewijs.

Oplossing. De jury heeft 2 punten toegekend aan elke woordgrap die ons deed lachen. Voor grappen die geen woordgrappen waren, zijn geen punten toegekend.
Bij deze een overzicht van de grappen:

- Een identificerende eigenschap is een herkenmerk
- Als twee driehoeken op hetzelfde moment dezelfde vorm hebben, zijn ze tegelijkvormig
- Deze twee driehoeken zijn Donkey Kongruent
- Als drie hoeken zijn gerelateerd via verhoudingen, hebben we een driehoeksverhouding
- Het gebruiken van de gnilletsskeohkertmosredna of de omtrekshoekstelling op de kop schrijven
- In de mopgave is gegeven dat
- De koordgrap van de dag
- Punt I ligt op de valt-op-mannen-en-vrouwen-sectrice
- We hebben dit zojuist opgemerkeld
- Ik heb nog nooit zo vaak de stelling van gelijke hoek, gelijke koorde toegepast. Het is een rekoorde!

Opgave 2. Zij $\triangle ABC$ een driehoek. Zij D, E punten aan de andere kant van BC als A zodat $|AB| = |BD| = |CE|$ en $|AC| = |CD| = |BE|$. Bewijs dat $BCDE$ een koordenvierhoek is.



Oplossing. Er geldt $\triangle BEC \cong \triangle CDB$ vanwege ZZZ. Dus geldt $\angle BEC = \angle BDC$, dus met omgekeerde omtrekshoekstelling is $BCDE$ een koordenvierhoek.

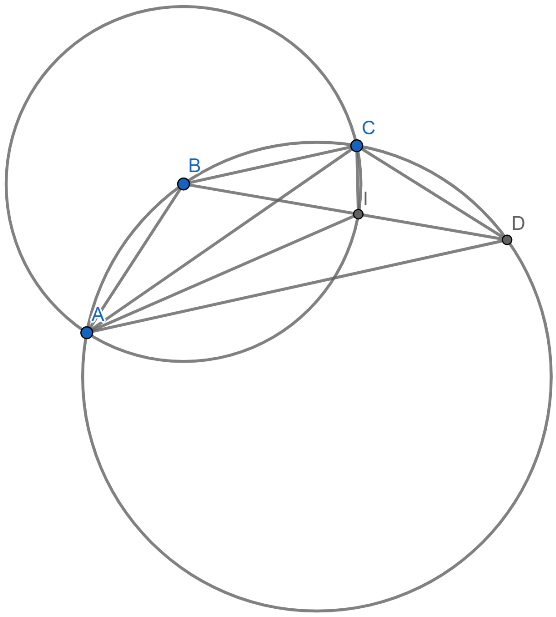
Opgave 3. Los het volgende woordgraptogram op. Vanaf de V begint een verticaal woord. Een voorbeeld. Om het centrum van servies schoon te maken: afwasmiddelpunt.

					M	O	P	P	E	R	**V**	L	A	K	T	E				
			P	A	R	A	B	O	O	L	**E**	A	N							
					W	O	O	R	D	G	**R**	A	P	P	E	R	H	A	U	S
		A	K	K	O	O	R	D	E	N	**V**	I	E	R	H	O	E	K		
							O	M	T	R	**E**	K	K	E	R					
	T	R	I	S	E	C	T	R	I	S	**E**	C	T	R	I	C	E			
					L	I	N	I	A	A	**L**	S	C	H	O	L	V	E	R	
R	O	E	T	V	E	E	G	P	Y	T	**H**	A	G	O	R	A	S			
										K	**O**	M	P	A	S	S	E	R		
									V	I	**E**	R	K	A	N	T	L	IJ	N	
					U	I	T	W	I	S	**K**	U	N	D	E					

Oplossing. De jury heeft ook wat mooie alternatieve oplossingen goedgekeurd. Dat waren deze oplossingen:

- 1: veel mensen hebben GEMOPPERVLAK ingevuld. Dit is goed gerekend.
- 2: een mooi alternatief is VRAAGCIRKEL. HYPERDOLEND is niet goed gerekend.
- 3: WOORDGRAPPERMANS is helaas niet goed gerekend.
- 4: Een prachtig alternatief is ZANGKORENVIERHOEK.
- 5: GATREKKER is geen woordgrap omdat alleen de T overeenkomt.
- 6: EENTWEEDRIESECTIE is niet goed gerekend. DRIEGONIOMEDRIE wel.
- 7: ondanks de verkeerde spelling is LINEAALSCHOLVER goed gerekend.
- 8: ROETVEEGPYTHAGOÏDE is goed gerekend.
- 11: WISSENKUNDE is goed gerekend.

Opgave 4. Gegeven is een cirkel Γ_1 met daarop vier punten A, B, C en D in die volgorde zodat $|AB| = |BC| = |CD|$. Definieer nu Γ_2 als de cirkel met middelpunt B die door A gaat. Definieer I als het snijpunt van Γ_2 en de lijn BD (binnen Γ_1). Laat zien dat I het middelpunt van de ingeschreven cirkel van driehoek $\triangle ACD$ is.



Oplossing. Omdat Γ_2 middelpunt B en straal $|AB|$ heeft en $|AB| = |BC|$ volgt dat punt C op Γ_2 ligt. Door nu achtereenvolgens op $\angle ACI$ de middelpunt-omtrekhoeksstelling op Γ_2, een dezelfde-hoeksgelijkheid en de omtrekhoeksstelling op Γ_1 toe te passen vinden we dat $2\angle ACI = \angle ABI = \angle ABD = \angle ACD$. Hieruit volgt dat CI een binnenbissectrice van $\angle ACD$ is. Door dezelfde procedure te herhalen op $\angle CAI$ vinden we dat $2\angle CAI = \angle CBI = \angle CBD = \angle CAD$ en dus dat AI de binnenbissectrice van $\angle CAD$ is.

Er geldt nu dat I op het snijpunt van twee binnenbissectrices van driehoek $\triangle ACD$ ligt, dus er moet gelden dat I het middelpunt van de ingeschreven cirkel van $\triangle ACD$ is.

De jury wil nog opmerken dat de eis $= |CD|$ niet nodig was voor deze opgave (zoals *Mieke* opgemerkt heeft). De jury wil hierbij zeggen dat deze eis toegevoegd is om mooiere plaatjes te kunnen tekenen.

Opgave 5. Ik wil me graag aan je voorstellen
Maar ik heb me nu nog verstopt

En als je mij te pakken denkt te hebben
Duik ik toch nog een keer op

Nu denk je misschien dat ik heel gewoontjes ben
Maar op een bepaald punt eet ik graag gebroken wortels

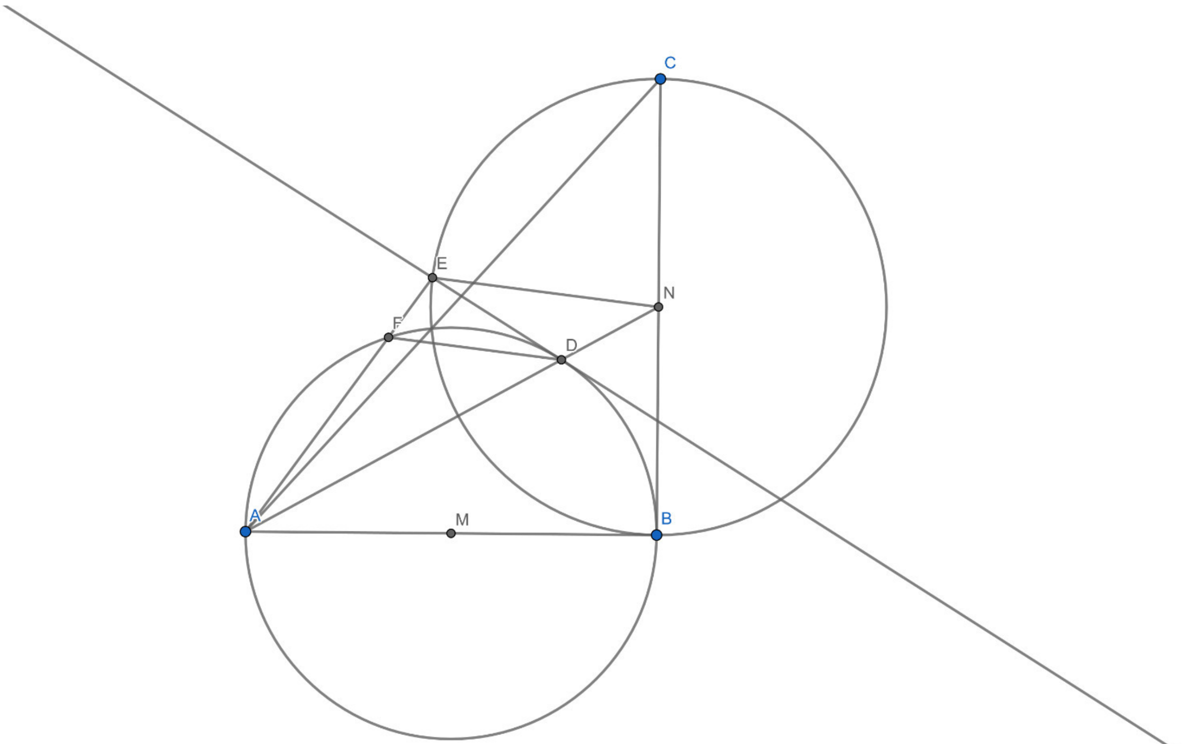
Soms klink ik als één kluw touwen
En dan blijf ik ook constant

Maar als ik tegengestelde standpunten inneem
Heb ik het bij het rechte eind

Wat ben ik en waarom?

Oplossing. De oplossing was een koordenvierhoek. Koordenvierhoeken zitten namelijk verstopt in je plaatje, en als je er één vindt, kom je er nog één tegen. Bij een aantal koordenvierhoeken heb je een machtpunt, en de koordenvierhoeksstelling zegt dat twee overstaande hoeken samen 180° zijn. De olijke rechthoek in de afkorting W.O.O.R.D.G.R.A.P. is ook een koordenvierhoek. Helaas heeft niemand dit geraden, maar er zijn punten gegeven voor creatieve oplossingen die verwezen naar de omschrijving.

Opgave 6. Gegeven is een rechthoekige driehoek ABC met $\angle ABC = 90°$. Noem de middens van AB en BC respectievelijk M en N. Noem de cirkels met middellijnen AB en BC respectievelijk Γ_1 en Γ_2. De lijn AN snijdt Γ_1 in het punt D. De raaklijn aan Γ_1 in D snijdt Γ_2 in E. De lijn AE snijdt Γ_1 in F. Laat zien dat $NE \parallel DF$.



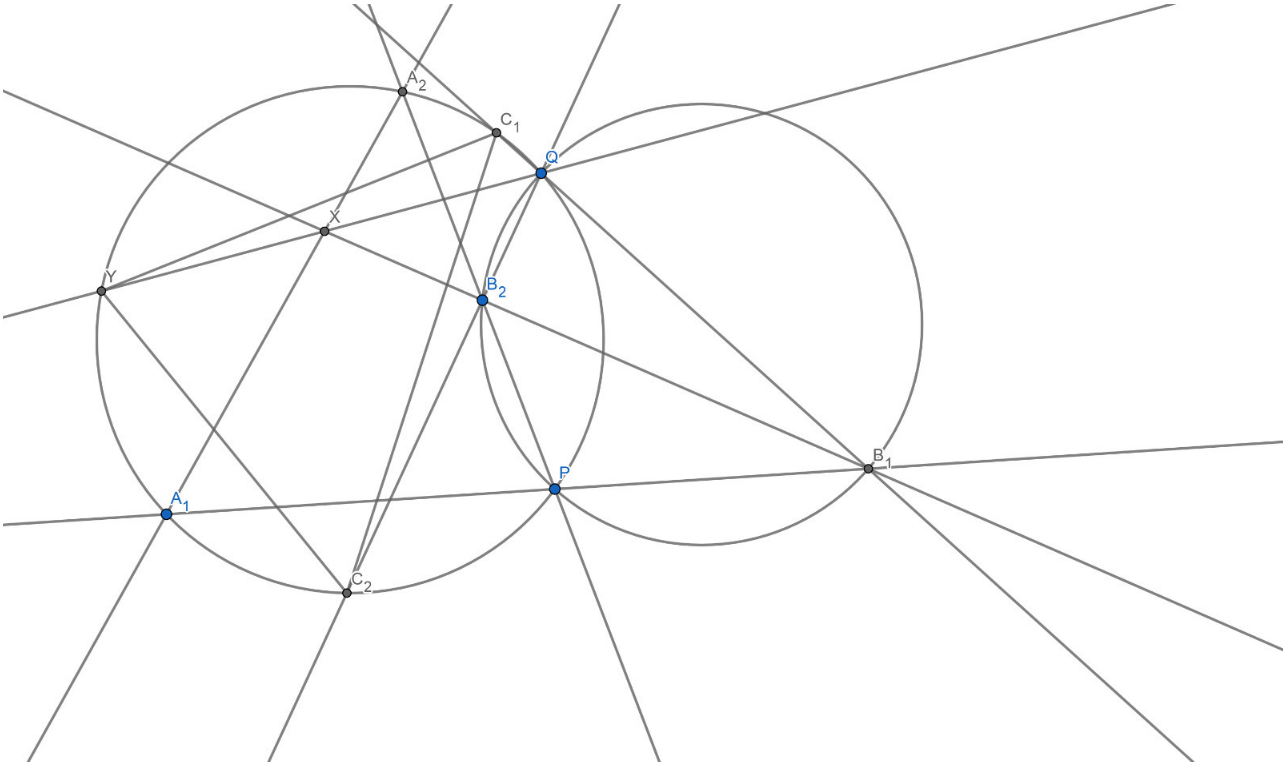
Oplossing. Omdat is gegeven $\angle NBA = 90°$ en AB de middellijn is, geldt dat NB raakt aan Γ_1. Met de machtsstelling geldt nu $NB^2 = ND \cdot NA$. Er geldt dat N het middelpunt is van Γ_2, dus $NE^2 = NB^2$, ofwel $NE^2 = ND \cdot NA$. Dus NE raakt aan de omschreven cirkel van $\triangle ADE$, dus $\angle NED = \angle EAD$ vanwege de raaklijn-omtrekshoekstelling. Vanwege de raaklijn in D geldt $\angle EAD = \angle EDF$, dus met Z-hoeken volgt nu het gevraagde.

Opgave 7. Pantomime of mime is een vorm van visueel theater. De acteurs beelden een situatie of verhaal uit met gebaren, mimiek en lichaamstaal. In deze opgave dagen we jullie uit om een pantomime op te voeren voor de jury rondom het thema *Diverse Geometrie*. Je wordt beoordeeld op de volgende punten:

- waarheid
- originaliteit
- overheid
- rampzaligheid
- dualiteit
- gezelligheid
- rechthoekigheid
- altijd
- punctualiteit

Oplossing. De jury had van meer mensen een pantomime verwacht, maar was aangenaam verrast met de artistieke kwaliteit van de pantomimes die wel zijn opgevoerd. Als toelichting op de beoordeling:
Je kreeg een punt als je een poging deed tot een pantomime.
Een pantomime voldoet aan waar-heid als het op een locatie plaats vindt anders dan je plek.
Overheid beschrijft of het ergens over gaat.
Altijd krijg je altijd.

Opgave 8. Gegeven zijn twee cirkels Γ_1 en Γ_2 die elkaar snijden in de punten P en Q. Op Γ_1 liggen twee punten A_1 en A_2. Voor elke A_i definiëren we nu B_i als het snijpunt van A_iP met Γ_2 en C_i als het snijpunt van B_iQ met Γ_1. De lijnen A_1A_2 en B_1B_2 snijden elkaar in het punt X. De lijn QX snijdt Γ_1 in Y. Laat zien dat $\triangle PA_1A_2 \cong \triangle YC_2C_1$.



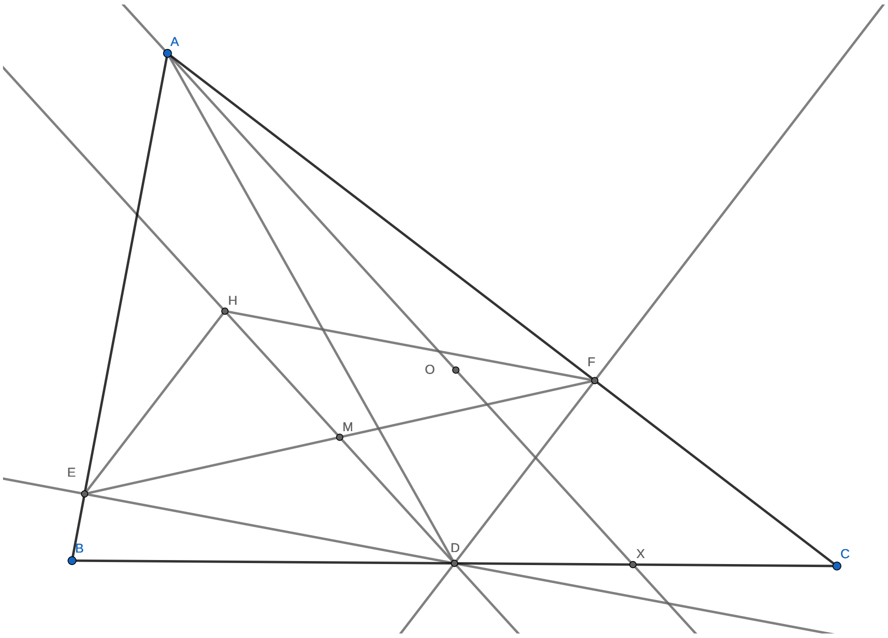
Oplossing. We gaan laten zien dat A_1B_1QX een koordenvierhoek is. Met gerichte hoeken geldt $\measuredangle XB_1Q = \measuredangle B_2B_1Q = \measuredangle B_2PQ = \measuredangle A_2PQ = \measuredangle A_2A_1Q = \measuredangle XA_1Q$ vanwege koordenvierhoeken en gestrekte hoeken. Dus met deze koordenvierhoek en gestrekte hoeken geldt $\measuredangle PA_1A_2 = \measuredangle B_1A_1X = \measuredangle B_1QX = \measuredangle C_1QX = \measuredangle C_1QY = \measuredangle C_1C_2Y$ waarbij we nog een koordenvierhoek C_1QC_2Y gebruiken. Dus met gelijke hoek, gelijke koorde volgt $|PA_2| = |C_1Y|$. Analoog geldt $|PA_1| = |C_2Y|$. Omdat beide paren koorden op één cirkel liggen, zijn de derde koorden ook gelijk, dus er geldt $\triangle PA_1A_2 \cong \triangle YC_2C_1$.

Opgave 9. a. *WG* is een afkorting voor 2 woorden van in totaal 9 letters. Schrijf op waar het een afkorting voor is zodanig dat je niet hetzelfde opschrijft als iemand anders.

b. Geef een synoniem van plezier dat ten minste $\frac{1}{3}$ van de zaal ook geeft. Een woord is geen synoniem van zichzelf.

Oplossing. De jury heeft bij deel a allemaal unieke oplossingen mogen bewonderen. Bij opgave b zijn de punten gegaan naar "vermaak".

Opgave 10 (CGMO 2015)**.** Laat $\triangle ABC$ een scherphoekige driehoek zijn met $|AB| < |AC|$, O het middelpunt van de omgeschreven cirkel en D het midden van BC. Laat E, F de loodrechte projectes van D op AB en AC zijn. De lijn door D parallel aan AO snijdt EF in M. Laat zien dat M het midden is van EF.



Oplossing. We bewijzen juist dat als M het midden is van EF, dat $DM \parallel AO$. Laat H de reflectie zijn van D in M. Vanwege Thales is $AEDF$ een koordenvierhoek, geldt $\angle DAC = \angle DAF = \angle DEF = \angle DEM$ en $\angle BAD = \angle EAD = \angle EFD = \angle HEF = \angle HEM$ waarbij we parallellogram $HEDF$ gebruiken. Deze hoekgelijkheden gecombineerd met dat D en M middens zijn is genoeg voor $\triangle ACB \sim \triangle EDH$.
Laat X het snijpunt zijn van AO met BC. Er geldt nu met driehoekensom in $\triangle BDE$ dat $\angle BDH = \angle BDE + \angle EDM = 90° - \angle ABC + \angle ACB$. Er geldt met driehoekensom, gelijkbenige driehoeken en middelpuntshoek-omtrekshoeksteling dat $\angle XAC = 90° - \angle ABC$, dus met buitenhoek geldt $\angle BXA = 90° - \angle ABC + \angle ACB$. Dus met F-hoeken volgt nu het gevraagde.

- Een waarheidspunt voor *Freek* voor het kiezen van een zitplek waarbij potentiële vliegtuigjes vermeden worden.

- Een originaliteitspunt voor *Dirk* vanwege het maken van een bonusopgave.

- Een originaliteitspunt voor *Lammert* voor het vouwen van een hoedje.

- Een overheidspunt voor iedereen die meer dan 10 woordgrappen heeft opgelost voor opgave 3 (*Anouk*, *Bart*, *Dirk*, *Lammert*). Een extra overheidspunt voor *Bart* omdat hij als enige elke woordgrap goed heeft opgelost.

- Een overheidspunt voor *Lammert* vanwege het tekenen van een VERKEERDOMTREKKER met een omgekeerde Friese vlag erop bij woordgrap 5 van opgave 3.

- Een rampzaligheidspunt voor *Szabi* omdat hij gedurende de wedstrijd alleen aan opgave 10 heeft gewerkt en deze niet heeft opgelost.

- Een rampzaligheidspunt voor *Arjan* vanwege het insturen van een (correcte) oplossing voor een variant van opgave 4 waarbij hij helaas een extra eis had toegevoegd.

- Een rampzaligheidspunt voor *Richard* en *Dirk* voor hun vele (mislukte) pogingen tot woordgrappen.

- Een rampzaligheidspunt voor *Mike* omdat de jury het zielig vindt dat hij het verschil tussen de omtrekhoeksstelling en de middelpunt-omtrekhoeksstelling niet weet.

- Een dualiteitspunt voor *Bart* voor zijn grote hoeveelheid niet-grappige synoniemen bij opgave 2.

- Een gezelligheidspunt voor *Dirk* vanwege het maken van een bonusopgave.

- Een gezelligheidspunt voor *Richard* voor het stellen van zeer veel vragen over de opgaven.

- Een rechthoekigheidspunt voor *Lammert* voor het tekenen van een meetkundig object op elke pagina.

- Een negatief rechthoekigheidspunt voor *Siebe* vanwege het constant introduceren van een coördinatenstelsel.

- Een altijdspunt voor iedere deelnemer.

- Een punctualiteitspunt voor *Lammert* voor het stellen van zeer specifieke vragen over de opgaven.

- Een punctualiteitspunt voor *Szabi* omdat hij als enige opgave 10 correct heeft opgelost, maar helaas wel nét nadat de wedstrijd voorbij was.

- Een punctualiteitspunt voor *Mieke* vanwege het opmerken dat de eis $= |CD|$ onnodig was in opgave 4.