
VAKIDIOOT
Tekort
Studievereniging A–Eskwadraat
Jaargang 16/17
Nummer 6

In dit nummer

Uitgave	1 juli 2017
Oplage	1510
Deadline	3 september 2017

De Vakidioot is een uitgave van
Studievereniging A–Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht

Telefoon	(030) 253 4499
Fax	(030) 253 5787
Website	a-eskwadraat.nl/vakid
E-mail	vakid@a-eskwadraat.nl

Wil je de Vakidioot niet meer ontvangen of ben je verhuisd? Pas dan je gegevens aan op `a-eskwadraat.nl`.

Redactie
Berend Ringeling
Bryan Brouwer
Chun Fei Lung
Jan Bastiaanssen
Koen van Baarsen
Luuk Hekkers
Marc Houben
Peter Speets
Sophie Huiberts
Tim Baanen

Eindredactie
Jim Vollebregt

Omslag
Tim Baanen

Redactioneel

Het zal je wel opgevallen zijn dat de Vakidioot sinds de vorige editie wat groter geworden is. Dit komt doordat wij de handen ineen hebben geslagen met een nieuwe drukker — hierna aangeduid met een vrouwelijk voornaamwoord. Niet alleen is ze goedkoper en biedt ze een strakkere levertijd, ze houdt zich ook bezig met onderzoek naar het ideale formaat voor tijdschriften zoals onze Vakidioot. Uit de enquêtes die ze heeft afgenomen blijkt dat deze maat – tussen A5 en A4 in – ideaal is voor de student.

En dan is er nog een voordeel van de nieuwe drukker. De Vakidioten worden verpakt in biologisch afbreekbaar plastic! Ik heb even voor jullie opgezocht wat dit betekent. Belangrijk: biologisch afbreekbaar wil niet zeggen "op natuurlijke wijze composteerbaar", dus je moet de verpakking van je Vakidioot niet gebruiken om Albert Heijnmoestuintjes op te verbouwen. De folies moeten bij het gft-afval, zodat ze door de gemeente op industriële wijze kunnen worden gecomposteerd. Gooi ze dus ook niet bij het gewone plastic afval!

Dat terzijde. Ik wil nog even terugkomen op het grotere paginaoppervlak dat we vanaf nu aanhouden. Dit gegeven impliceert dat wij als Vakidioot al snel last hebben van een woordentekort om deze pagina's te vullen. Gelukkig ontbreekt het de redactie niet aan vaardigheden om hier adequate oplossingen voor te bedenken. Ik kan jullie verzekeren dat er bij onze vergaderingen nooit een tekort aan inspiratie is. Lees dus snel verder om erachter te komen wat voor geks we nu weer bedacht hebben!

Jim Vollebregt
Eindredacteur

Van de Voorzitter

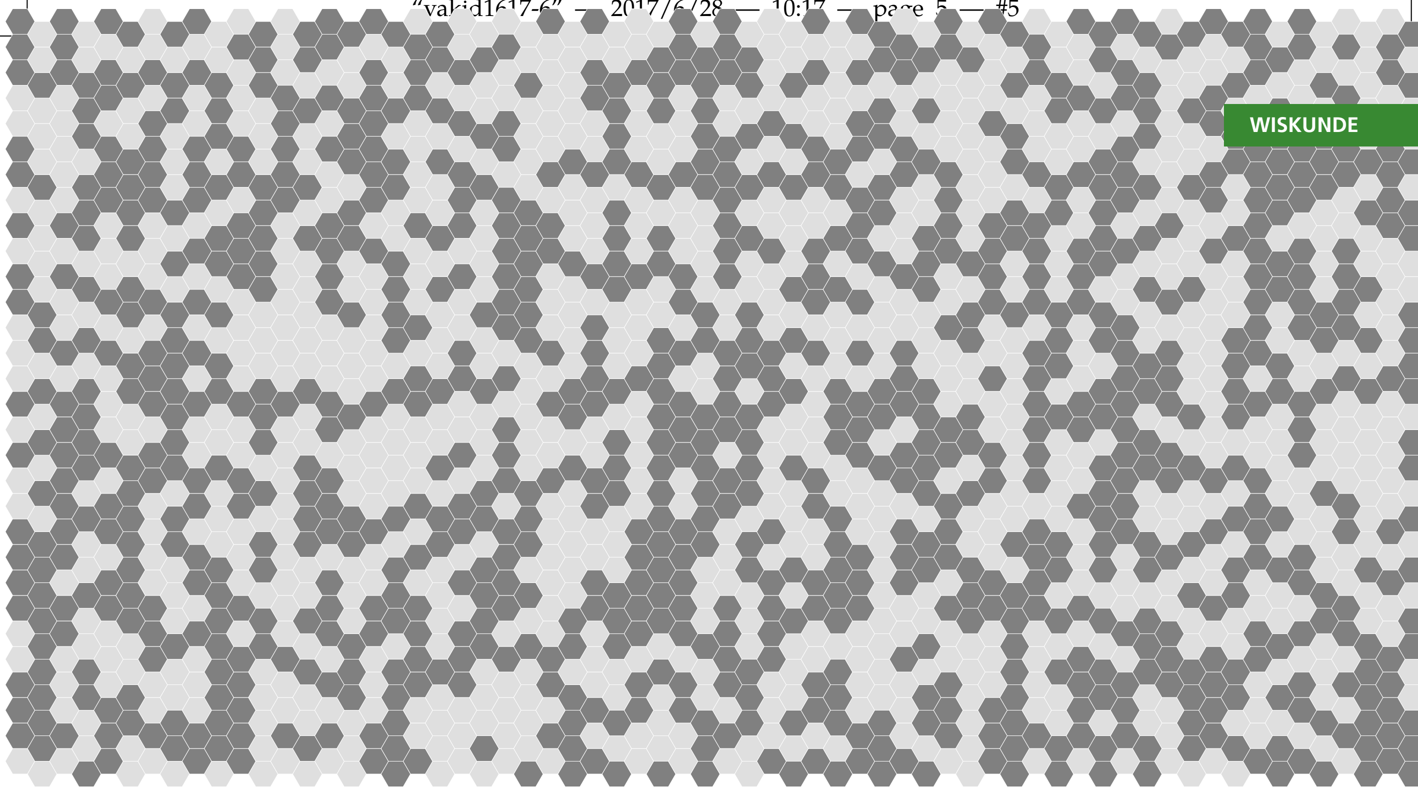
Arjan Schimmel
Voorzitter A–Eskwadraat

Dit is dan alweer het laatste stukje dat ik als voorzitter van A–Eskwadraat voor de Vakidioot zal schrijven. Tussen deze oplage en de volgende zal ik het stokje hopelijk hebben overgedragen aan mijn opvolger, Victor Veldstra. Wie weet met wat voor stukjes hij jullie weet te verblijden. Maar nu terug naar mijn voorwoord. Het is raar dat dit alweer de laatste is. Eindelijk ben je als bestuurslid helemaal gewend aan je plekje, hoef je eindelijk geen vragen meer aan je voorgangers te stellen en dan komen de KB'ers alweer om de hoek kijken. Er wordt wel eens gezegd dat je bestuursjaar eigenlijk de inwerking is om je opvolgers te kunnen inwerken. Dit lijkt soms verbazend waar, maar om nou nog een bestuursjaar te doen is misschien weer wat overdreven. Gelukkig kan ik met veel plezier terugkijken op het afgelopen jaar. Zeker op wat we allemaal hebben gedaan en wat we hebben bereikt.

Zo zijn we aan het begin van het jaar gelijk begonnen met het stimuleren van het experimenteren binnen A–Eskwadraat. Hiervoor hebben we meerdere ideeën uitgevoerd waarvan de ene beter slaagde dan de andere. Maar een van de meest succesvolle was de Experimensenkamerdag. Wij kwamen in Einsteinoutfit onze kamerdienst draaien en hadden droogijs om een rokende pan mee te maken waar leden ideeën voor experimenten in konden doen. Deze dag was een groot succes; de sfeer was goed, er werden vette experimenten bedacht en een terugkerende activiteit voor het bestuur was een feit. Dit was namelijk onze eerste kamerdag en door het succes volgden er meer. Iets dat hopelijk volgend jaar in stand wordt gehouden.

Maar niet alleen op experimenteel vlak hebben we hoogtepunten behaald. Ook op serieus vlak, zoals mijn commissaris Extern mij maar al te graag herinnert. Een van deze eerste toppen was zeker het netwerkdiner. Hierbij gingen wij eten met bedrijven in een restaurant in Utrecht. De bedrijven kwamen lekker mee eten en wisselden per gang door. Zo kon je bij ieder gerecht kennis maken met een bedrijf en als je even niks te vertellen had, genieten van het heerlijke eten. Goed eten, leuke mensen en interessante gesprekken maakten dit zeker tot een hoogtepunt.

Met deze twee hoogtepunten zit ik nog maar aan het begin van het jaar. Dus moet je nagaan wat er dit jaar nog meer is gebeurd. Wij kijken allemaal terug op een heel vet jaar. Van het ene hoogtepunt met al die positieve energie doorknallen naar de volgende. Nu zit onze tijd er bijna op en worden wij overgenomen door onze opvolgers. Wij hebben het volste vertrouwen in ze en we hopen dat zij het jaar net zo leuk gaan ervaren als wij dat hebben gedaan. Hopelijk zegt Victor volgend jaar ook: "Damn, alleen maar een voorwoord om terug te blikken op alle hoogtepunten. Dat is echt Tekort!"

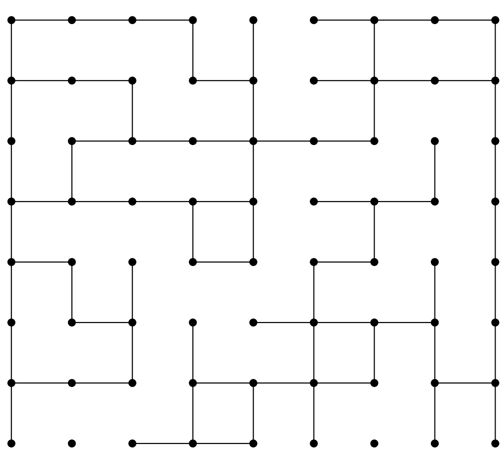


WISKUNDE

Percolatie

Sophie Huiberts

Percolatietheorie is een deelgebied van de stochastiek dat theoretisch erg interessant is en ook veel toepassingen heeft. Percolatietheorie bestudeert systemen waar verbindingen zijn die allemaal open of dicht kunnen zijn. Binnen Nederland wordt relatief veel onderzoek gedaan naar percolatie, wat ook terug te zien is in het vakkenaanbod. In Utrecht hebben we jaarlijks een masterseminar over percolatie, en volgend jaar zal ook in Mastermath een vak over percolatietheorie worden gegeven.

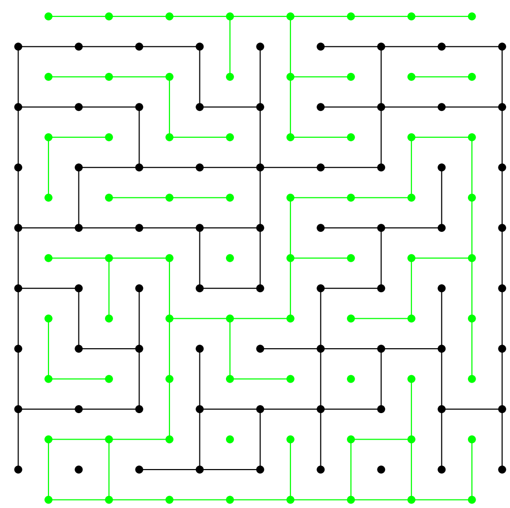


Figuur 1 *Een rechthoekig 9 bij 8 rooster, waar iedere verbinding open is met kans* $1/2$.

Een typisch voorbeeld van een percolatieprobleem is als volgt: stel we hebben een rechthoekig rooster van n bij m punten, en tussen ieder paar punten dat naast of boven elkaar ligt, tekenen we onafhankelijk wel of niet een lijntje met kans p. Wanneer we een lijntje tekenen, noemen we deze verbinding *open* en als we geen lijntje tekenen noemen we deze verbinding *dicht*. Wat is nu de kans dat er een open pad loopt van de linkerkant naar de rechterkant van het rooster? Voor $n = m + 1$ en $p = 1/2$ is deze kans precies $1/2$. Het bewijs hiervoor is niet zo moeilijk, maar wel erg leuk.

Tussen de punten van een $n + 1$ bij n rooster kunnen we een n bij $n + 1$ rooster tekenen door midden in ieder vierkant van het originele rooster een nieuw roosterpunt te zetten, en vervolgens nog een rij punten boven en onder het originele rooster te zetten. De verbinding tussen twee buren in het nieuwe rooster is open dan en slechts dan als de verbinding in het originele rooster die deze doorsnijdt gesloten is. Dit nieuwe rooster noemen we het *duale rooster*, en het eerste rooster noemen we het *primaire rooster*.

Het duale rooster heeft dezelfde afmetingen als het oorspronkelijke rooster, maar is 90 graden gedraaid. Net als in het primaire rooster is ook in het duale rooster iedere verbinding met kans 1/2 open. Merk nu op dat het primaire rooster een pad van links naar rechts bevat dan en slechts dan als het duale rooster geen pad van onder naar boven bevat. Dit komt doordat een pad in het primaire rooster een barrière vormt voor paden in het duale rooster, en wanneer er geen barrière is, dan moet er een pad zijn.



Figuur 2 *In het zwart is hetzelfde rooster als in figuur 1, in het groen zien we het duale rooster.*

Zo hebben we voor ieder $n+1$ bij n rooster met een pad een uniek n bij $n+1$ rooster gevonden zonder pad, en de kans op iedere invulling van het rooster is gelijk. Hieruit volgt dat de kans op een pad van links naar rechts gelijk is aan 1/2.

Er zijn natuurlijk een heleboel varianten op de hierboven bewezen bewering te bedenken. De afmetingen hoeven niet precies $n+1$ bij n te zijn, de kans p dat een verbinding open is hoeft niet precies 1/2 te zijn. We kunnen kijken naar een driehoekig of een zeshoekig rooster. In plaats van de lijnen van het rooster open of dicht laten zijn, kunnen we kijken wat er gebeurt als de roosterpunten open of dicht zijn. Het is ook interessant om te kijken naar een oneindig groot rooster, en na te denken over wat de kans is dat het component waar een gegeven punt zich in bevindt oneindig groot is.

Percolatietheorie heeft veel toepassingen. Het wordt gebruikt om te begrijpen hoe vloeistoffen door poreuze gesteentes stromen, of bijvoorbeeld hoe infectieziektes zich door een populatie bewegen. Ik zal de eerste toepassing nog wat verder toelichten.

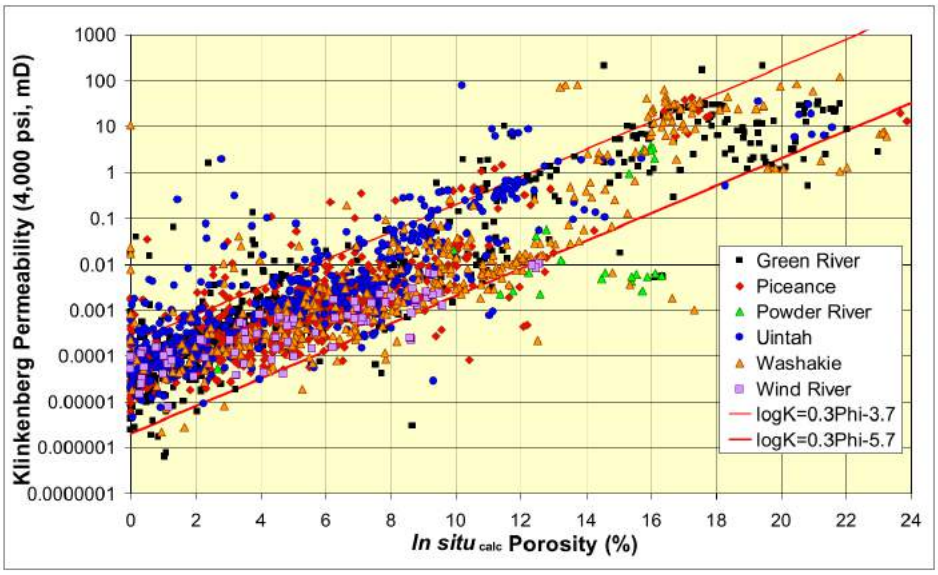
Sommige gesteentes zijn erg poreus. Dit betekent dat er veel lege ruimte in de steen zit. Een goed voorbeeld hiervan is puimsteen. Dit ontstaat bij vulkanen, en is zelfs licht genoeg om te blijven drijven op water. Maar alleen veel lege ruimte hebben is niet genoeg om te blijven drijven; de lege ruimte mag ook niet volstromen met water. Aan de ene kant bevat puimsteen veel lege ruimte, aan de andere kant is er genoeg steen dat de lege ruimte is afgesloten van het water. In technische verwoording heeft puimsteen een hoge *poreusheid* maar een lage *permeabiliteit*. [1]

Het woord percolatie komt oorspronkelijk van het Latijnse woord *percolo*, dat betekent "doorheen filtreren".

Vanuit de percolatietheorie kunnen we dit modelleren door het steen te zien als dichte verbindingen en de poriën als open verbindingen. Voor het gemak doen we alsof moleculen oneindig klein zijn, dus we

[1]Niet bij alle objecten komt een hoge poreusheid overeen met een hoge permeabiliteit.
DOE-TIP: denk na over in welke opzichten een opgeblazen ballon niet lijkt op een blok steen.

modelleren de steen als een oneindig groot rooster. De poreusheid van het gesteente komt nu overeen met de kans $p \in [0, 1]$ waarmee verbindingen open zijn, en de permeabiliteit komt overeen met de kans dat een gegeven roosterpunt bevat is in een oneindig grote open component. Dit is een redelijke aanname, omdat een oneindig grote open component een pad bevat dat oneindig ver weg van het punt gaat en, omdat we de steen modelleren als een oneindig groot rooster, is de rand ook oneindig ver weg. De kans dat een gegeven punt in een oneindig grote open component ligt, groeit voor alle bekende roosters exponentieel in p. Deze kans is dus van de vorm α^p voor een getal $\alpha > 1$. Dit zien we ook terug in echte meetgegevens:



Figuur 3 *Permeabiliteit tegenover poreusheid van zandsteen.*

Voor oliebedrijven is de relatie tussen poreusheid en permeabiliteit ook erg belangrijk. In de poriën van een poreus gesteente kan olie zitten, maar deze olie kan er alleen uit worden gehaald, als het reservoirgesteente permeabel genoeg is. De dichtheid, en daarmee ook de poreusheid van een gesteente, is in zekere mate te bepalen door middel van refractie- en reflectieseismiek. Dit is veel goedkoper dan het uitvoeren van een proefboring. Wanneer een oliereservoir niet permeabel genoeg is, dan kan deze olie alsnog worden gewonnen door *fraccen* (of *fracken* volgens de Nederlandse Taalunie).

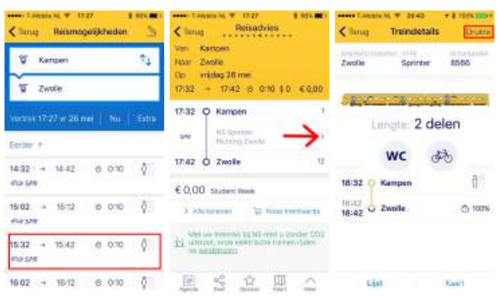
Een percolator is een soort koffiezetapparaat dat tot in de jaren '50 werd gebruikt. Percolators hebben geen stroom nodig, enkel een warmtebron. Een percolator is ongeveer hetzelfde als een mokkapot en werkt volgens hetzelfde principe.
Tegenwoordig worden percolators nog gebruikt bij gelegenheden waar veel koffie nodig is. Ook worden percolators steeds vaker gebruikt in hippe koffiebarretjes voor het zetten van *slow coffee*.

Fijn treinen voor de opgepropte student

Tim Baanen

Heb je ook de hele tijd dat de trein honderd meter van je vandaan parkeert, zodat je, eenmaal bij een deur aangekomen, geen zitplek meer kan vinden, omdat de rest van de passagiers alle stoelen hebben ingepikt? Gelukkig hebben de treinspotters bij de Vakidioot een paar tips voor jou!

Tegenwoordig vermeldt de NS bij elke trein wat voor materieel ze inzetten. Zo kun je dit zien in de Reisplannerapp door bij het uitgebreide menuutje van een route op de treinsoort klikken, met een mooi plaatje van de trein erbij. Zo weet je ook meteen of het een enkel- of dubbeldekker is, of er WiFi beschikbaar is, en of het klinkt als een rijdende doedelzak of juist een stofzuiger op wieltjes.



Figuur 1 *Het zit wel een beetje verborgen: klik eerst op de reisoptie en dan het pijltje naast de rit.*
Voor bonuspunten, geef ook even aan hoe druk het is als je in de trein zit.

Ben je van plan om het halve land te doorkruisen naar je ouderlijk huis, en zie je dat je nooit in de trein gaat passen, dan kun je ook wel eens beslissen om een trein over te slaan. In de NS-Reisplanner is het best wel wat klikwerk om mogelijke routes te vergelijken, dus voor de echte *power user* zijn er ook websites als OVTijden. Op de pagina `https://www.ovtijden.com/avtdag/UT` staan elke dag echt alle bekende vertrektijden uit Utrecht, met relevante informatie als vertrekspoor, eventuele meldingen en, heel belangrijk, de materieelsoort. Hier betekent bijvoorbeeld *SGMm* de oude enkeldeks sprintertreinen en *VIRM* een dubbeldeks intercitytrein. Gelukkig hoef je niet alle afkortingen uit je hoofd te leren, want je kan ook op hun materieelinfo-pagina kijken wat ze betekenen. Aan de andere kant kom je een stuk geloofwaardiger over, als je tegen je ouders zegt dat je alweer te laat bent, omdat de NS in de 1763 structureel maar 7 bakken ICM inzet.

Waar stop je de trein?

Nu je weet hoe lang de trein is, ben je er nog niet helemaal. Het is ook nog erg handig om te weten op welke plek op het perron de trein zal komen te staan, zodat je precies voor de deuren kan gaan staan. Dat kun je vooral zien aan de blauwe ruitvormige borden. Het cijfer op dat bord is hoe lang de treinen zijn die daar stoppen. Voor een machinist is dat handig (want dan hangt het achterste deel van de trein niet naast het perron), en voor de reiziger is dat handig (want die kan dan precies op de juiste plek voor het instappen gaan staan).

Over het algemeen staan zulke borden op het perron naast het spoor waar ze bijhoren, maar ze kunnen ook tussen de sporen in staan, of aan de zijkant van een perron hangen, of juist aan het dak van het perron. Hoewel het kan helpen om vanuit het oogpunt van een machinist te zoeken, adviseert de Vakidioot niet op het spoor te springen om ze te vinden.

4960	17.22	NS	Sprinter	Almere Centrum	2	DDZ-4
858	17.23	NS	Intercity	Schagen	7	VIRM-4,VIRM-6
3561	17.24	NS	Intercity	Heerlen/Venlo	18	VIRM-6,VIRM-4
8858	17.24	NS	Intercity	Leiden Centraal	11	ICM-4,ICM-3
7461	17.25	NS	Sprinter	Rhenen	15	SLT-6

Figuur 2 *Stukjes schrijven kan je ook in de trein doen, dus ik koos er een met een fijn tafeltje voor mijn laptop.*

(a) *Treinen met 6 rijtuigen (oftewel* bakken*) gaan voor dit bord staan.*

(b) *Als een trein langer is dan alle getallen op de borden, staat hij hier.*

(c) *De wit-op-zwarte pijl geeft aan dat dit bord slaat op het spoor dat er links naast ligt.*

Fluiten betekent slim zijn

Heb je eindelijk je weekendtas helemaal ingepakt, de perfecte trein uitgezocht en ben je op weg naar je favoriete blauwe bord, dan zul je altijd zien dat je nog je vuilnis buiten moet zetten. Na dat klusje geklaard te hebben, moet je je longen uit je lijf fietsen om de trein nog te halen, maar gelukkig heb je precies 1 minuut speling over. Je bent net op het perron aangekomen als de conducteur op het fluitje blaast. Nu betekent dit volgens de NS dat je pech hebt en maar de volgende trein moet nemen, maar als doorgewinterde forens moet jij dit beter kunnen.

Het eerste probleem is dat de NS altijd de *vertrek*tijd op de borden zet. Dat is dus de tijd dat de trein begint met bewegen, niet het moment dat de conducteur gaat staan fluiten. Het tweede probleem is dat het fluitsignaal eigenlijk net iets te laat komt. Als reiziger wil je veel liever het moment weten wanneer je een sprintje moet trekken om het nog te halen, dan het moment waar je er toch niets meer aan kan doen.

Maar toch kunnen we de regeltjes van de NS handig gebruiken om nog even gauw de trein in te springen, zonder in tweeën gehakt te worden door de deuren. Tussen fluiten en vertrekken moet de conducteur naar binnen om een sleutel om te halen die alle deuren behalve één dichtdoet, weer naar buiten om te controleren dat er niemand klem is komen te zitten in een verwoede poging de trein toch te halen, en weer naar binnen om de laatste deur dicht te doen. Als alle deuren eenmaal goed dichtzitten, zal er bij de machinist een groene lamp gaan branden (heel origineel "de groene lamp" geheten), zodat die het zaakje in beweging kan zetten.

Hoor je dus het fluitje van de conducteur, trek dan een sprintje richting de deur waar de conducteur zal gaan instappen. Die blijft een stuk langer open, en bovendien kunnen de meeste conducteurs het niet over hun hart verkrijgen om iemand buiten te sluiten als die ze heel zielig in hun ogen kijkt.

Figuur 3 *Bij het schrijven van het artikel kwam ik dit plaatje tegen. Je mag zelf verzinnen waarom het relevant is dit te vermelden.*

Ga toch fietsen

Ten slotte nog een laatste advies voor degenen die dit allemaal 'veels te veel' moeite vinden: je kan ook eens proberen om een fietstochtje te maken. Daar zijn echt enorm veel voordelen aan verbonden: zo'n beetje per definitie kun je altijd zitten als je op de fiets bent, je wordt er een stuk fitter van, en het is ook nog beter voor het milieu. Bovendien houd je zo ruimte in de trein vrij voor degenen die dat nodig hebben, zoals zwangeren en bejaarden, of de Vakidiootredactie.

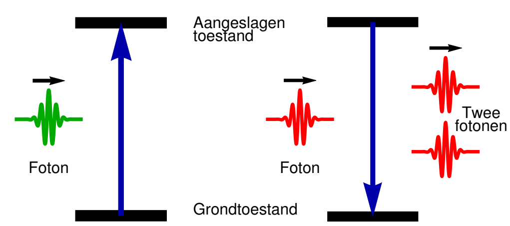
NATUURKUNDE

Werking van een laser

Peter Speets

Lasers worden gebruikt in CD-spelers, hebben medische toepassingen en worden veel gebruikt bij experimentele opstellingen waar licht van een bepaalde golflengte, of andere eigenschappen van laserlicht, nodig zijn. Toch zag in de jaren '50 lang niet iedereen het belang van deze uitvinding in. De laser werd "Een oplossing op zoek naar een probleem" genoemd. In dit artikel worden sommige natuurkundige principes uitgelegd die ervoor zorgen dat het laserlicht gepolariseerd is en het spectrum van een laser sterk gepiekt is rond één golflengte.

De naam "laser" is een acroniem voor "light amplification by stimulated emission of radiation". Het belangrijkste proces in een laser is niet voor niets: gestimuleerde emissie. Een atoom kan door een foton gestimuleerd worden om een foton van dezelfde golflengte uit te zenden. De eerste die een theoretische basis legde voor gestimuleerde emissie was Albert Einstein. Einstein schreef in 1917 een artikel waarin hij de toen hoogst speculatieve kwantumtheorie gebruikte om gestimuleerde emissie te beschrijven. Het model dat hij daarvoor gebruikte is een kwantummechanisch systeem bestaande uit twee niveaus: één met een lage energie en één met een hoge energie. In Figuur 1 is een grondtoestand, de toestand met de laagste energie, en een geëxciteerde toestand getekend. In de grondtoestand zit een elektron dicht bij de kern en heeft een lage energie. In de geëxciteerde toestand zit het elektron verder van de kern en heeft het een grotere energie. Een aangeslagen toestand heeft, om aan de kwantummechanica te voldoen, een vaststaande energie. Er is dus geen toestand tussen beide niveaus in. Het energieverschil tussen deze twee toestanden is dus altijd gelijk. Als een atoom een foton absorbeert, krijgt één van de elektronen rond het atoom meer energie en komt dat elektron in een hogere, geëxciteerde toestand terecht. Als het elektron zich in een hogere baan bevindt, kunnen er twee dingen gebeuren: het elektron valt spontaan terug naar de grondtoestand of wordt terug naar de grondtoestand gebracht door een tweede foton. Dit laatste heet gestimuleerde emissie. In dat geval heeft het uitgezonden foton dezelfde energie en richting als het foton dat het atoom terug naar de grondtoestand bracht. Deze eigenschappen zijn nodig om een laser te maken, omdat deze fotonen dezelfde richting, golflengte en polarisatie hebben: precies wat laserlicht ook heeft. Deze uitgezonden fotonen kunnen daarna weer andere geëxciteerde elektronen terug naar de grondtoestand brengen.

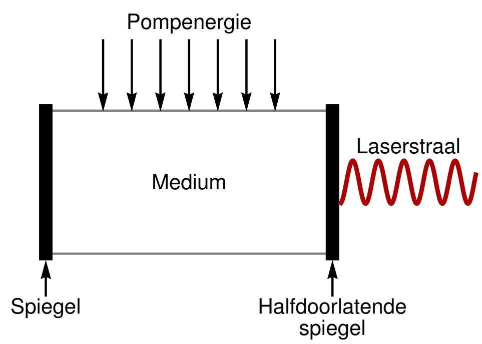


Figuur 1 *Links wordt een atoom geëxciteerd door een foton. Een elektron wordt naar een baan met een hogere energie gebracht. Rechts is een voorbeeld van gestimuleerde emissie. Het atoom bevindt zich al in de geëxciteerde toestand en wordt daarna weer terug naar de grondtoestand gebracht.*

Om een laser te maken is het dus nodig om zoveel mogelijk van deze gestimuleerde emissie te krijgen: ieder uitgezonden foton zal weer andere atomen terug de grondtoestand in duwen waardoor er een steeds sterkere lichtbundel ontstaat. Het probleem is echter dat atomen in de grondtoestand de fotonen van deze lichtbundel weer absorberen. Om de laser te laten werken, moeten er meer atomen in de geëxciteerde toestand zijn dan in de grondtoestand. Dit is met twee niveaus niet te bereiken, omdat de fotonen die het elektron in een hogere baan brengen deze ook weer naar beneden kunnen brengen. Verder laat iedere gestimuleerde emissie altijd een atoom in de grondtoestand achter. Een oplossing is om het medium te "pompen"[1]. Licht van een andere golflengte dan het laserlicht dat het atoom ook kan absorberen wordt op het medium geschenen. Dit kan zoals in de schets in Figuur 2 waarin de energie die de laser nodig heeft, in deze laser geleverd wordt door optisch pompen van het medium. Een energieschema van een optisch "gepompt" medium is te zien in Figuur 3. Als het

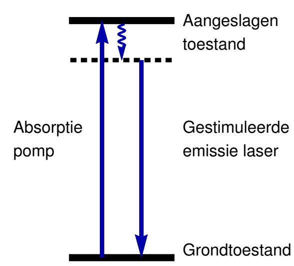
[1] In het Engels heet dit *optical pumping*. In het Nederlands wordt de term "pompen" amper gebruikt.

elektron slechts kort in de baan blijft waarin hij net door een foton van de pomp in is gezet en snel terugvalt in een toestand met een iets kleinere energie, wordt het elektron niet weer teruggezet naar de grondtoestand door het licht van de pomp. De laser werkt het beste, als er een materiaal wordt gekozen waarin het elektron, nadat het is "opgepompt" naar de hoogste baan, snel naar het energieniveau kan vervallen waarin de laser werkt. Gestimuleerde emissie door de pomp komt veel minder voor, omdat dit niet meer gebeurt als het atoom in deze iets lagere toestand zit.



Figuur 2 *Schets van een laser. In deze laser wordt het medium optisch "gepompt" door licht van een iets kleinere golflengte dan de golflengte van de lezer. Dit pompen zorgt ervoor dat er meer atomen in de geëxciteerde toestand zijn dan in de grondtoestand.*

Dit is een voorbeeld van een drie-niveau-pompschema. Er is ook een vier- niveau-pompschema waarin de laser het elektron niet terug brengt naar de grondtoestand, maar naar een net iets hoger niveau. Als de vervaltijd van deze toestand kort is, dus het elektron snel naar de grondtoestand vervalt, zijn er weinig atomen die het laserlicht kunnen absorberen. Het is dus makkelijker om met een vier-niveau-pompschema een overschot aan geëxciteerde atomen te creëren. Door het optisch pompen hebben we nu een materiaal waarin de meeste atomen dezelfde energie hebben als de energie van het foton van het laserlicht. Er zijn dus meer atomen in de geëxciteerde toestand dan in de grondtoestand. Als licht van deze golflengte door het materiaal beweegt, zal de gestimuleerde emissie zijn werk doen en zullen de atomen terugvallen naar de grondtoestand. De fotonen die zijn vrijgekomen door gestimuleerde emissie kunnen ook weer gestimuleerde emissie veroorzaken: het licht dat door het materiaal beweegt trekt als een lawine door het medium heen. Dit lijkt al op een laser. Door dit medium tussen twee spiegels te plaatsen, zal de lichtstraal steeds heen en weer door het medium gaan en steeds meer energie van het medium krijgen. Door één spiegel deels doorlatend te maken, kan daaruit de laserstraal ontsnappen.



Figuur 3 *Een atoom wordt geëxciteerd door een pompfoton. Het atoom komt dan in de hoogste energietoestand. Er is een ander energieniveau met iets minder energie in stippellijn. Door spontane emissie van de hoogste energietoestand komt er een elektron in dit energieniveau waar het beschikbaar is voor gestimuleerde emissie. Als het elektron slechts kort in de hoogste baan is en snel terugvalt in een baan met iets minder energie (de baan met de stippellijn) zorgt het licht van de pomp niet voor gestimuleerde emissie. Op deze manier kunnen er in het medium meer atomen in de geëxciteerde toestand zijn dan in de grondtoestand: een laser is mogelijk.*

In dit voorbeeld is gebruik gemaakt van een optisch gepompte laser. Dit is slechts een voorbeeld van een lasersysteem dat mogelijk is. De laser die in CD-spelers wordt gebruikt is een diodelaser. In de diodelaser wordt het creëren van een overschot aan atomen in de geëxciteerde toestand elektrisch gedaan. Omdat voor deze laser de lamp van de pomp ontbreekt, kunnen deze lasers veel kleiner gemaakt worden.

Utrecht Physics Challenge

Richelle Boone

‘Wie heeft er nog een vraag?’ Presentator Harm kijkt verwachtingsvol het publiek in. De vier natuurkundigen die achter hem op het podium aan een tafel zitten volgen opgetogen zijn blik. ‘Dit is de laatste kans: wat wil je nog weten van deze vier wetenschappers?’ Het blijft even stil. De meeste mensen hebben hun vraag al gesteld en genieten, tevreden met hun antwoord, van het zonnetje. Eén man (rond de 50, buikje, baardje, hoedje, heel normaal: het type dat de helft van de mannen uit je basisschoolklas wordt) valt op. Hij schuifelt wat met zijn voeten en te midden van het verder ontspannen publiek oogt hij nerveus. ‘Niemand meer?’ De man raapt al zijn moed bij elkaar en baant zich een weg naar het podium, de nieuwsgierigheid en zorgen winnen het van de zenuwen: ‘Bij CERN worden er zwarte gaten gecreëerd als bijproduct, hoorde ik. Dat is toch eigenlijk heel erg gevaarlijk?’

Zaterdag 6 mei jl. bevrijdden natuurkundigen, natuurkundestudenten en ander bètagespuis zich uit hun ivoren torens om heel Utrecht kennis te laten maken met natuurkunde én zelf mee te doen aan een spannende wedstrijd tijdens de Utrecht Physics Challenge, beter bekend als de UPC (nee, niet die provider waarbij je telefoon het nooit deed). Twee evenementen vonden naast elkaar plaats. Op het Domplein was er het Physics Festival met interactieve experimenten, demonstraties, shows en foodtrucks voor het algemene publiek. Tegelijkertijd deden natuurkundestudenten mee aan de Student Challenge: een groot spel waarbij je punten verdiende met quizzen tijdens een symposium in het Academiegebouw, met opdrachten op het Physics Festival en door achievements te halen. Alle punten gingen de speciale UPC-app[1] in en met elk punt kwam je weer een level dichterbij het einddoel waar iedereen die begint als quark van droomt: Einstein. Guus Avis deed dit het best, hij eindigde met de meeste punten op het level “professor” en won hiermee een ballonvaart!

Genoeg samenvatting, nu wat meer over hoe de dag zelf ging. Ochtendmensen hebben het misschien niet door, maar door de stad fietsen en de zon zien opkomen is voor de meeste studenten een zeldzaam verschijnsel. Iets dat óf gebeurt na een lange nacht uit, óf als je iets bijzonders gaat doen waarvoor je vroeg op moet. Dat we met de commissie om 7 uur op het Domplein voor de opbouw van de UPC hadden afgesproken, resulteerde in zo’n ochtendlijke rit van de tweede categorie.

Figuur 1 *De drie prijswinnaars van de Student Challenge. Guus Avis (midden) won de wedstrijd en ging naar huis met een ballonvaart.*

Gespannen en verheugd fiets je rustig door een ontwakende stad, bij iedere persoon die je tegenkomt afvragend of ze misschien van plan zijn een bezoek te brengen aan het evenement later op dag. En dan kom je op het Domplein. Zo groot! Zou de plattegrond wel kloppen? En daar komt het podium al! Blijkbaar wel ochtendmensen, een uur te vroeg! SOPje! En er staan betonblokken in de weg! SOPje! Waar is de koffie eigenlijk? SOPje! Gelukkig was alles dat onverwacht was ofwel positief, ofwel makkelijk op te lossen. In een recordtempo was het hele festival op het Domplein opgezet en waren alle ruimtes in het Academiegebouw ingericht. Met dank aan capabele helpers (sorry lieve mensen die toch nét ietsje eerder op moesten staan dan acht uur), Swinda’s onuitputtelijke kennis over stroomkabels, dixies en bouwhekken, en onze verrassend onmisbare vrienden: portofoons (Etherdiscipline! Over!).

[1] Commercial break! Ook zo’n mooie app hebben? Lukas Arts en Joren Paridaens weten wel een adresje.

Figuur 2 *De Bonn Physics Show: waar is die raket nou gebleven?*

Op een paar toeristen na die de opbouw ook al reuze interessant vonden om te fotograferen, waren er in de vroege ochtenduren naast de organisatie weinig andere mensen op het Domplein. Tot 10:00. Het festival opende en tegelijkertijd begon de ontvangst van de eerste binnendruppelende deelnemers aan de Student Challenge. Bij binnenkomst kregen alle spelers een button, polsbandje en goodiebag met spullen van sponsoren die Stan binnen had weten te slepen: klaar voor de felle strijd!

Na wat kopjes koffie, een uitleg over de app over en weer, en alvast een oriënterend rondje over het Physics Festival verzamelden de deelnemers zich in de Aula – de mooie grote zaal in het Academiegebouw – voor de aftrap van het symposium. Marinda en Manon hadden goed hun best gedaan: er stond een mooie lezingreeks klaar met praatjes van topsprekers die soms zelfs helemaal uit Amerika naar Utrecht waren gekomen voor de UPC. Allerlei thema's kwamen aan bod: Laura Greene sprak bijvoorbeeld over *superconductivity* en Clint Sprott had het over chaos. Een van de favorieten was spreker Auke-Pieter Colijn. Hij zorgde voor flink wat hilariteit toen bleek dat de ontknoping van de spannende nek-aan-nekrace zou gaan afhangen

Figuur 3 *De Amerikaanse spreekster Laura Greene vloog over vanuit Tunesië om de deelnemers alles te leren over supergeleiding. Niet alleen haar lezing was interessant, maar ook haar jurk!*

van zijn niet-al-te-serieuze laatste vraag: 'Depends on who you are talking to' bleek niet alleen een legitieme antwoordmogelijkheid, het was zelfs de juiste.

Zoals gezegd, leverden niet alleen goede antwoorden bij de quizzen punten op. Een aanzienlijk deel van de gewilde punten kon bij elkaar gesprokkeld worden op het Physics Festival; een mogelijkheid waar goed gebruik van werd gemaakt. Maar het Physics Festival was niet alleen voor de deelnemers aan de Student Challenge; alle geïnteresseerden waren welkom. Het was heel leuk om te zien hoe natuurkunde ontdekt en besproken werd door kinderen, ouders, opa’s, oma’s, professoren, studenten, vrienden, toeristen en zelfs een aantal vrijgezellenfeestjes en een groep clowns (ja, echt!). Het verhaal over de man die vroeg naar de zwarte gaten bij CERN – iets dat gebeurde tijdens de show ‘Experts on Stage’, waar natuurkundigen Raimond Snellings, Dries van Oosten, Henk Stoof en René van Roij vragen van het publiek beantwoordden – is een mooi voorbeeld van de directe interactie tussen natuurkunde en algemeen publiek. Ook de Bonn Physics Show van Herbi Dreiner en zijn team, en het natuurkundige petje-op-petje-af ‘Spin up/Spin down’, trokken veel enthousiast publiek.

Echter, niet alleen de shows, ook de stands met interactieve experimenten en demonstraties waren populair. Rick, Kaj-Ivar, alle superhelpers en de externe organisaties hadden een mooi programma voorbereid. Bootjes bouwen, een laserdoolhof inrichten, met een VR-bril speciale relativiteitstheorie beleven, dingen opblazen in een magnetron, deeltjesdetectoren bekijken, leren hoe magnetisme werkt, natuurkundig memory spelen of met een telescoop naar de zon kijken: er was genoeg te doen. Kinderen vermaakten zich ook heel goed met de maïzenabak; op het oog natuurlijk niet meer dan een bak waterige witte pudding, maar ze ontdekten al snel dat er gekke dingen gebeuren als je op het maïzena-watermengsel slaat. En je kan er lekker mee kliederen natuurlijk, dit tot frustratie van wat ouders en helpers met schoonmaakdienst. Ook een andere grote favoriet is zeker noemenswaardig: de stikstofijsjesstand. En wat al helemaal niet onvermeld mag blijven is de grote tocht van Dries op zaterdagochtend: met zo’n ‘achterlijk elektrisch karretje’ van Sodexo heeft hij de vaten stikstof met 25 km/h naar het Domplein getuft.

Figuur 4 *Ook voor de jongste bezoekers was er van alles te beleven, zoals het bouwen van je eigen stoombootje dat vaart door de warmte van een waxinelichtje.*

Figuur 5 *Het laserdoolhof van OSA Chapter Utrecht.*

Figuur 6 *De virtualrealitybrillen van de Universiteit van Gent, waarmee je kunt ervaren hoe het is om door de grachten te varen als de lichtsnelheid slechts 20 km/u zou zijn.*

Figuur 7 *Een nieuwe lading stikstofijsjes! Chocoladesmaak was favoriet.*

Figuur 8 *Uitrusten op de zitzakken na alle ontdekkingen.*

Het was een prachtig mooie dag. Iedereen leek het naar zijn zin te hebben en er waren uiteindelijk meer bezoekers dan we hadden verwacht. Ruwards promotie werkte blijkbaar prima en natuurlijk moeten we niet vergeten dat we werden vergezeld door de beste vriend van een promocommissaris: heel lekker weer. Mensen zaten lekker op de zitzakken een patatje te eten in de zon of namen plaats op een bankje terwijl hun kinderen nog wat rondrenden. Alles verliep goed en ook commissie en helpers hadden aardig wat tijd om gewoon fijn van de dag te genieten. Het was verbazingwekkend om te zien hoe het oorspronkelijke idee van een 24-uur-durende collegemarathon op de Uithof in twee jaar was uitgegroeid en veranderd tot het evenement dat het uiteindelijk was: een festival, een wedstrijd, een app en een symposium, midden in de stad.

Namens de hele commissie, bij deze nogmaals iedereen die heeft meegeholpen aan het evenement: hartstikke bedankt! Het was een mooie dag en een mooie samenwerking tussen A–Eskwadraat en het Departement Natuurkunde. Om af te sluiten geven we iedereen graag nog ons allerbeste levensadvies mee: Blow it up, or suck it up!

Figuur 9 *De Utrecht Physics Challengecommissie*

ALW – een review

Jim Vollebregt

Echt jammer dat ik was vergeten mijn goede humeur in te pakken voor het Actieve Leden Weekend van A–Eskwadraat. Nu ik thuis ben en het weer gevonden heb, moet ik met terugwerkende kracht zeggen dat het vast een heel plezierige bedoeling was. Hoe het ook zij, in deze review zal ik zowel de hoogte- als dieptepunten van dit door de AxiCie georganiseerde evenement benoemen. Zelfs van de beste commissie van A–Eskwadraat kan immers niet worden verwacht dat zij een activiteit kan organiseren waar *echt* niks op aan te merken is.

Even Serieus nu. Het ALW was geweldig. Het begon er al mee dat op Utrecht Centraal gratis zakken M&M's werden uitgedeeld, en daarna werd het alleen maar beter. Op locatie aangekomen werden we er allemaal aan herinnerd dat Super Mario (of iets dergelijks) het thema was van dit ALW. Dat betekende dat we de welbekende A–Eskwadraatmuntjes konden verzamelen om sterren te kopen – of om ze in te zetten bij een "loterij". Na deze infodump, die natuurlijk werd beloond met enthousiast applaus, was het tijd voor het eten. Wat kan de AxiCie goed koken! Het enige vervelende dat de eerste avond gebeurde: prinses Peach werd vermoord. Wij actieve leden van A–Eskwadraat zijn de kwaadste niet, dus gingen we in teams als echte rechercheurs op zoek naar de dader. Na grondige ondervraging van de verdachten mocht elk team zijn eigen versie van het verhaal inleveren om te laten beoordelen.

De zaterdag was volgens sommigen de heetste 27 mei van 2017, en dat zou mij niets verbazen. Na een of andere vage binnenactiviteit – iets met Mario Kart ofzo, er werd in ieder geval rondgerend, vroemgeluid gemaakt en uitgegleden over bananenschillen – hadden we gelukkig de kans af te koelen bij een groots watergevecht. Ik denk dat iedereen meerdere emmers water over zich uitgestort kreeg.

's Middags was het tijd voor spelletjes. Die avond was de Bonte Avond. hier werden allerlei leuke acts opgevoerd – mijn persoonlijke favoriet was de Wink's Club, omdat ik de titelsong van de fabuleuze cartoon Winx Club alweer bijna vergeten was – en had ik de kans te speechen. Zoals ik al zei, mijn goede humeur had ik thuis gelaten. Maar aangezien ik het ALW van alle kanten wil belichten, lijkt het me goed de toespraak hier nog maar eens af te drukken:

Lieve actieve leden van A–Eskwadraat,
Zoals het een waar gezelligheidskamp betaamt, heeft ook het ALW een bonte avond. Als buitensporig cynisch en enig aanwezig journalist van de Vakidioot is het mijn taak dit weekend te verslaan. Ik kan echter bij voorbaat voorspellen dat deze activiteit het dieptepunt zal vormen van mijn review. En dat wil wat zeggen, aangezien ik voorafgaand aan deze avond mezelf op handen en knieën in de bananenpuree aantrof.

Oké, ik moet toegeven dat het ongemak van de deelnemers iets is waaraan men enig genoegen kan beleven. Leedvermaak is immers het beste vermaak. Echter, dit gegeven ligt ten grondslag aan een rits flauwe grappen die van een dusdanig erbarmelijk niveau zijn dat kotsgeluiden minstens zo toepasselijk zijn als halfslachtig gegrinnik.

Als ik een anonieme deelnemer vraag om een quote, krijg ik het volgende uit zijn verband gerukte citaat te horen: "Als het is afgelopen", wat wel ongeveer weergeeft hoeveel zin men erin heeft. En ik bedoel, we hebben allemaal de proloog van de AxiCie gezien, dus wie kan het mijn anonieme bron nu helemaal kwalijk nemen?

Ik bedoel, kom op. Ik weet dat we bètastudenten zijn, maar je zou toch verwachten dat ons gevoel voor humor op zijn minst dat van een Koopa evenaart. Sinds we in het gezelschap zijn van enkele Mushroom Kingdom Royalties, dunkt me dat amusement van een meer elitair allure gewenst is.

Daarom vraag ik jullie, alsjeblieft, doe een beetje je best.

Hierna nog een potje weerwolven, en toen was het voor mij tijd om naar bed te gaan.

Na een korte slaap moesten we de volgende ochtend weer vol aan de bak. Er moesten namelijk Mario Kart-auto's gemaakt worden. Ik vond het eerlijk gezegd heerlijk om mijn kleutertijd te herbeleven. Knutselen is echt mijn ding. En volgens mij gold dat voor meer mensen – al zullen ze het niet meteen toegeven. Ik was oprecht verbaasd over de creativiteit die deze verzameling bètastudenten aan de dag legde bij deze activiteit. Highlights: De Maoto en de vurige wagen van team Remco Deed Niks.

Toen was het alweer tijd voor de prijsuitreiking. Hier werd onder andere bekend gemaakt welk team de moord op die arme Peach het beste had gereconstrueerd. Ook werden er beloningen uitgedeeld voor de beste acts van de Bonte Avond en de mooiste Mario Karts. Tot slot werd de echte winnaar van het ALW – degene met de meeste mariosterren, negen maar liefst – naar voren geroepen: iemand van de Eerstejaarscommissie! Gefeliciteerd!

Nog even een groepsfoto maken en toen was het alweer tijd om schoon te maken. De AxiCie heeft uiteraard het meeste werk gedaan, waarvoor dank. Ook namen ze het op zich de mensen die geen vervoer naar het station hadden, te pendelen. En zo kwam er een eind aan dit vrolijke weekend.

Verbladeringstheorie in vier bladzijden

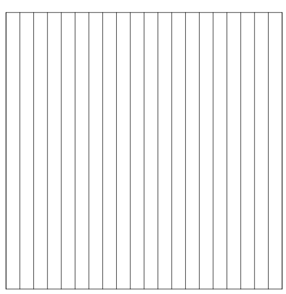
Aldo Witte

In dit stukje zal ik een korte introductie geven in de theorie van *verbladeringen*. Ik zal aannemen dat je enigszins bekend bent met enkele begrippen uit de topologie, al zal ik ze in onderstaand infoblokje kort herhalen. Verbladeringstheorie is niet enkel een leuke hobby van een aantal wiskundigen, waaronder ikzelf; het heeft ook daadwerkelijk nog toepassingen[1] binnen differentiaalvergelijkingen, dynamische systemen en symplectische meetkunde. Ik zal eerst de formele definitie geven, en daarna de intuïtieve (sla de formele dus gerust over).

Definitie 1. *Laat M een topologische[2] variëteit van dimensie n zijn. Een* **verbladering** *op M* **met bladeren van dimensie** *k is een opdeling $M = \cup_x L_x$ in samenhangende deelvariëteiten van dimensie k die er lokaal als volgt uit ziet: voor ieder punt $x \in M$ bestaat er een omgeving U van x en $(x_1, \ldots, x_n)$ coördinaten op U zodanig dat voor alle $y \in U$, de doorsnede $L_y \cap U$ beschreven kan worden als*

$$L_y \cap U = \{x \in U : x_{k+1} = \mathit{cst.}, \ldots, x_n = \mathit{cst.}\}.$$

Zo, nu dat achter de rug is, laten we hetzelfde nog eens in normale taal proberen uit te leggen. Een verbladering is niets anders dan een opdeling van je variëteit in stukjes, $M = \cup_{x \in M} L_x$, waarbij L_x een k-dimensionale deelvariëteit is (oftewel een deelverzameling die zelf ook een variëteit is). De deelvariëteit L_x wordt het **blad door het punt** x genoemd. Verder eisen we nog dat een verbladering voldoet aan het volgende lokale model: elk punt in M heeft een open U die homeomorf is aan een open in $\mathbb{R}^n$. We kunnen $\mathbb{R}^n$ opdelen als $\mathbb{R}^n = \cup_{x \in \mathbb{R}^{n-k}} \mathbb{R}^k \times \{x\}$, en we eisen van een verbladering dat de verbladering op U correspondeert met deze opdeling. Voor een verbladering op een twee-, respectievelijk driedimensionale variëteit betekent dat dat het er lokaal uit moet zien als in de volgende plaatjes:



(a) *De triviale verbladering van $\mathbb{R}^2$.*

(b) *De triviale verbladering van $\mathbb{R}^3$.*

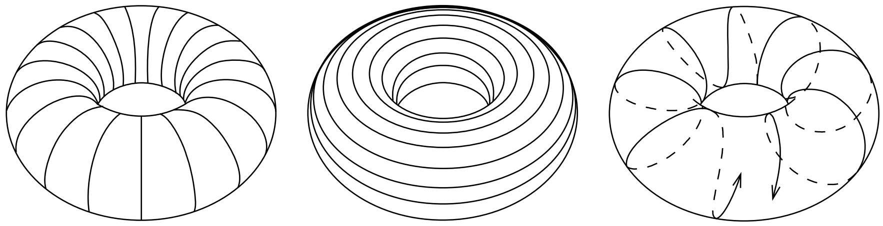
Topologisch opfrissertje

- Een **topologische variëteit van dimensie** n is een topologische ruimte die er lokaal uitziet als $\mathbb{R}^n$, en nog wat andere geinige aannames die we liever vergeten.
- Een deelverzameling van een topologische ruimte ligt **dicht** in die ruimte als elk punt in de ruimte valt te benaderen door punten in de deelruimte.
- De **n-dimensionale sfeer** S^n is gedefinieerd als volgt:

$$S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : \|x\| = 1\}.$$

[1] De auteur heeft een enigszins afwijkende definitie van toepassingen.

[2] Voor de nieuwsgierige lezer: Eigenlijk is deze theorie vooral interessant wanneer we werken met *differentieerbare variëteiten* en *gladde verbladeringen*. In het vervolg kan je dan ook eisen dat de deelvariëteiten L_x injectief ingedompeld (injectively immersed) zijn.



Figuur 2 *Drie verbladeringen van de torus (plaatjes afkomstig uit "Introduction to Smooth Manifolds", Lee).*

De torus

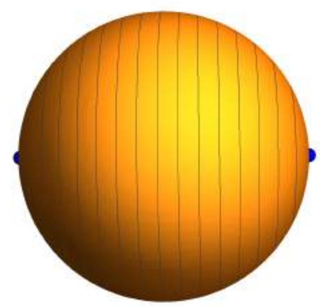
Een van de favoriete ruimtes van topologen is natuurlijk de torus $T^2 = S^1 \times S^1$. Een verbladering op de torus is vrij makkelijk te geven. Immers is de torus een product van twee topologische ruimtes en kunnen we simpelweg $T^2 = \cup_{\varphi \in S^1} \{\varphi\} \times S^1$ als verbladering definiëren. Dit is weergegeven in Figuur 2. Er is natuurlijk niets dat ons ervan weerhoudt om als verbladering $T^2 = \cup_{\varphi \in S^1} S^1 \times \{\varphi\}$ te nemen.[3] Als je helemaal wild wilt gaan, kun je ook een verbladering nemen gegeven door de paden

$$\gamma_\theta(t) = (e^{it}, e^{i(\alpha t + \theta)}), \quad \theta \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Als je α rationaal kiest, zie je dat de bovenstaande banen periodiek zijn. Kies je daarentegen α irrationaal, dan gaan de banen oneindig lang door. Sterker nog: elk van deze paden ligt dicht in de torus! Verbladeringen kunnen zich dus best wild gedragen. Deze laatste verbladering is overigens een klassiek voorbeeld uit de theorie van dynamische systemen.

De tweedimensionale sfeer, S^2

Een torus is leuk en aardig, maar zelf heb ik toch liever een sfeer. Laten we dus eens kijken of we een verbladering op S^2 kunnen maken. Je eerste gok is misschien door de parallellen op de bol te nemen als bladeren, zoals is weergegeven in Figuur 3. Het probleem daarmee is echter dat je dan de polen overhoudt, en aangezien deze dimensie nul hebben, is deze opdeling dus geen verbladering. Door je definitie van verbladering ietwat aan te passen, zou je een definitie van een *singuliere verblading* kunnen geven. De verbladering in Figuur 3 is dan een singuliere verbladering met als *singuliere punten* de polen. **DOE-TIP**: Probeer een singuliere verbladering op de bol te tekenen met slechts één singulier punt.



Figuur 3 *Een singuliere verbladering van S^2.*

Misschien doet dit probleem je denken aan het stukje "Wiskundige stellingen voor op verjaardagsfeestjes" uit Vakidioot 2 van jaargang 15/16 waarin over de "harigebalstelling" werd gesproken. Net als toen, blijkt het inderdaad niet mogelijk om een verbladering op S^2 te maken, en we hebben zelfs:

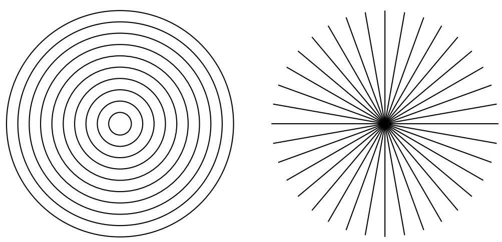
Stelling 1. *Voor alle even $n \in \mathbb{N}$ bestaat er geen verbladering met bladeren van dimensie $n-1$ op S^n.*[4]

[3] Je snapt de grap nu misschien wel dat elke variëteit van de vorm $M \times N$ twee canonieke verbladeringen toelaat.

[4] Voor de nieuwsgierige lezer: Een algemenere versie van dit resultaat is in 1976 door Thurston bewezen. Deze stelling zegt dat een variëteit van dimensie n een verbladering met bladeren van dimensie $n-1$ toelaat dan en slechts dan als de Eulerkarakteristiek nul is. Het interessante is dat de algemene versie van de "harigebalstelling" identiek is, een variëteit laat een vectorveld toe dat nergens nul is dan en slechts dan als de Eulerkarakteristiek nul is.

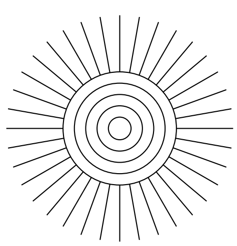
Het vlak met een gat, $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$

In Figuur 1a zagen we al een verblading van $\mathbb{R}^2$. Nu gaan we kijken wat voor verbladeringen we allemaal op $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ kunnen maken. Ten eerste kunnen we natuurlijk gewoon de verbladering uit Figuur 1 pakken en ook de oorsprong uit het blad door de oorsprong halen. Dat is echter wel een beetje saai. Doordat we de oorsprong uit het vlak gehaald hebben, kunnen we nu gebruik maken van poolcoördinaten. Met een beetje nadenken kun je al gauw twee nieuwe verbladeringen van $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ bedenken: namelijk de verzamelingen waar de hoek constant is en de verzamelingen waar de straal constant is.



Figuur 4 *Twee verbladeringen van* $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$.

Deze vind ik allebei wel leuk, maar eigenlijk kan ik niet kiezen. Het liefst zou ik ze allebei tegelijk willen hebben. Nu kun je naïef doen en zeggen: Dan doen we toch gewoon eerst een aantal cirkeltjes, en gaan daarna door met lijntjes?



Figuur 5 *Naïeve poging tot verbladeren* $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$.

Dat is allemaal leuk en aardig, maar wel wat te kort door de bocht, want dit is helemaal geen verbladering! Het probleem zit hem in de punten op de buitenste cirkel. Hier raken de bladeren van de buitenkant en de binnenkant elkaar namelijk loodrecht. Een van de eisen voor een verbladering is dat het er lokaal uitziet als in Figuur 1a, wat nu dus niet het geval is. We moeten daarom iets slims gaan bedenken, en dat slimme heet *turbulisatie*.

Turbulisatie

Wat we eigenlijk in Figuur 5 hebben gedaan is $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ in twee stukken opgedeeld en beide verbladerd. De opdeling ziet er als volgt uit:

$$\mathbb{R}^2 \setminus \{0\} = [1, \infty) \times S^1 \cup (0, 1] \times S^1.$$

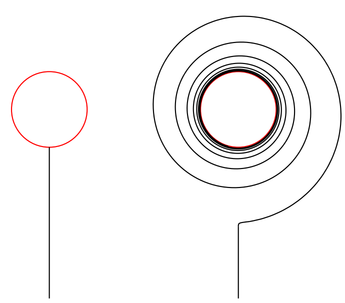
Bij het maken van onze naïeve verbladering ging het mis bij de rand tussen de twee delen. De verbladering die we aan de buitenkant hadden, plakte niet lekker aan die aan de binnenkant. Het zou veel makkelijker zijn als de verbladering aan de buitenkant ook de rand als blad zou hebben. Voor de duidelijkheid schrijven we de verbladering van de buitenkant even op, dat is:

$$[1, \infty) \times S^1 = \cup_{\varphi \in S^1} [1, \infty) \times \{\varphi\}.$$

We gaan deze verbladering nu veranderen met behulp van de *turbulisatiestelling*:

Stelling 2. *Laat M een variëteit met rand*[5] *zijn. Dan laat $M \times S^1$ een 'fatsoenlijke' verbladering toe waarbij $\partial M \times S^1$ een blad is.*

In ons geval is $M = [1, \infty)$, en de rand simpelweg $\partial M = \{1\}$. Het idee van het bewijs kan het beste worden weergegeven in een plaatje.



Figuur 6 *Een visualisatie van turbulisatie.*

[5] Een variëteit met rand heeft dezelfde aannames als een normale variëteit, behalve dat nu ook is toegestaan dat de *rand*: $\partial M = \bar{M} \setminus \mathring{M}$ niet leeg is. Rond de rand moet het er dan overigens wel uitzien als $\mathbb{R}^n_{\geq 0} = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1 \geq 0\}$. In dit artikel zijn $[1, \infty)$ en D^2 de enige twee variëteiten met rand die we bestuderen.

In het linkerplaatje hebben we, voor de duidelijkheid, één blad van de verblading aan de buitenkant getekend. Om er voor te zorgen dat dit blad de cirkel niet meer loodrecht snijdt, gaan we de lijn naar de cirkel laten spiraliseren. Dan krijgen we dus de situatie zoals in het rechterplaatje. Doen we dit voor alle bladeren (wat heel onoverzichtelijk zou worden om te tekenen), dan krijgen we de gewenste verbladering op de buitenkant. Plakken we deze aan de verbladering op de binnenkant, dan krijgen we de gewenste verbladering op $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$.

De driedimensionale sfeer, S^3

We weten dat het niet mogelijk is om een verbladering met bladeren van één dimensie lager op een evendimensionale bol te maken. Nu kunnen we ons natuurlijk afvragen of het wel lukt op de onevendimensionale bollen. Nu wil het dat S^3 nog al een beetje lastig te tekenen is, maar er is een leuke truc waardoor je daar omheen kan werken. Deze truc staat bekend als de zogenaamde *Heegaard-decompositie*, en was ooit een tentamenopgave voor het vak "Inleiding Topologie" in 2013.[6,7] Laten we kijken naar twee gevulde tori[8] $X_1 \simeq X_2 \simeq D^2 \times S^1$. Deze hebben een rand gegeven door een torus $S^1 \times S^1$. Label dit als volgt:

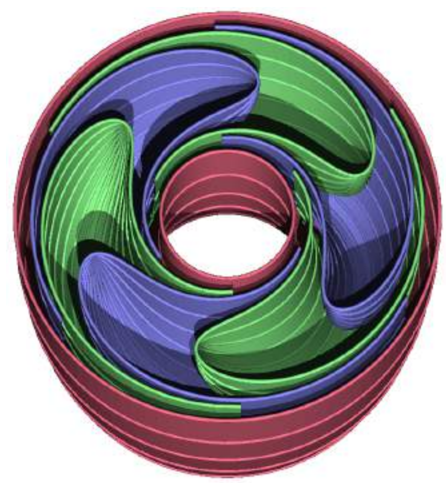
$$\partial X_1 = S^1_{1,+} \times S^1_{1,-}, \quad \partial X_2 = S^1_{2,+} \times S^1_{2,-}.$$

Plak nu de twee tori langs hun rand aan elkaar als volgt: Plak $S^1_{1,+}$ aan $S^1_{2,-1}$ en $S^1_{2,+}$ aan $S^1_{2,+}$. **DOE-TIP**: Probeer je dit voor te stellen. Wat blijkt nu? De ruimte die je overhoudt is homeomorf aan S^3! Samenvattend:

$$S^3 \simeq S^1 \times D^2 \cup_{T^2,\text{flip}} S^1 \times D^2. \qquad (1)$$

Dus ook al is het erg lastig om over S^3 na te denken, deze methode kan toch wat intuïtie opleveren.[9] **DOE-TIP**: Kijk of je uit kan vogelen wat voor ruimte je krijgt als je de twee gevulde tori aan elkaar plakt door $S^1_{1,\pm}$ aan $S^1_{2,\pm}$ te plakken.

Nu is het idee om een verbladering op S^3 te krijgen door een verbladering op de twee gevulde tori te maken en deze dan aan elkaar te plakken. Nu zou je eerste gok voor een verbladering $S^1 \times D^2 = \cup_{\varphi \in S^1} \{\varphi\} \times D^2$ te nemen. Probleem is dat dit, net als in de vorige sectie, niet zo goed plakt. Nu kunnen we ook weer de turbulisatiestelling toepassen op de gevulde tori. Immers zijn deze van de vorm $D^2 \times S^1$ en D^2 is ook een variëteit met rand. Doen we dit, dan krijgen we het volgende prachtige plaatje:



Figuur 7 *De Reebverbladering op de torus.*

Willen we nu een verbladering op S^3, dan verbladeren we beide tori op deze manier en plakken ze aan elkaar vast, zoals beschreven in (1), en klaar is Grothendieck! Deze verbladering is vernoemd naar Georges Reeb (1920-1993) en markeert het beginpunt van de verbladeringstheorie. Als je meer over deze theorie wilt leren, dan raad ik je aan eerst het vak "Differentieerbare variëteiten" te volgen en vervolgens hoofdstuk 19 in "Introduction to smooth manifolds" te lezen, ofwel een keer bij mij in mijn kantoor langs te komen.

[6] Hij is nog te vinden in de tentamenbank als je geïnteresseerd bent.

[7] *Het voorgaande superscript is een verwijzing naar een voetnoot, geen machtsverheffing. Het jaar* 2013^6 *ligt immers in de toekomst, en de tentamenbank bevat enkel tentamens uit het verleden. Het jaar* $2013^{6,7}$ *is al helemaal niet de bedoeling. (red.)*

[8] Voor alle duidelijkheid, we definiëren $D^2 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| \leq 1\}$.

[9] Voor de nieuwsgierige lezer: De Heegaarddecompositie is een algemene methode die elke driedimensionale compacte variëteit kan beschrijven door twee gevulde oppervlakken van genus g (dus een opvulling van een torus met meerdere gaten) op een bepaalde manier langs hun rand aan elkaar te plakken.

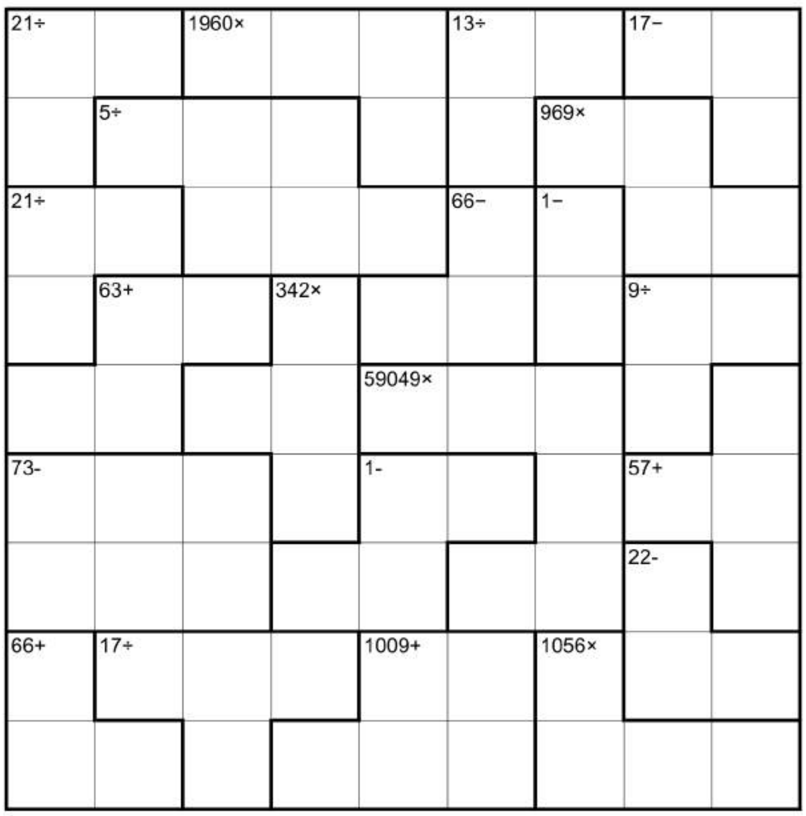
PUZZEL

Ken je klassiekers

Marc Houben

Vul in elk vakje van het onderstaande vierkant een cijfer (1 t/m 9) in, zodanig dat in elke rij en kolom elk cijfer precies één keer voorkomt. Zorg er bovendien voor dat binnen elk gebied (gebieden zijn begrensd door de dikke zwarte lijnen) de ingevulde getallen onder de aangegeven operatie op het aangegeven doelgetal uitkomen. Getallen die binnen een gebied horizontaal naast elkaar staan worden hierbij samengevoegd tot één decimaal getal.

Zo zou je bijvoorbeeld aan de eis in het gebied linksboven kunnen voldoen door in het meest linkbovenste vakje een 4 neer te zetten, met rechts daarnaast een 2 en onder de 2 nog een 2 (want 42/2=21). In een gebied met een − teken telt de absolute waarde van het verschil van de twee getallen.



Als je een oplossing hebt dan kan je die zoals altijd opsturen naar `vakidioot@a-eskwadraat.nl`.

De winnaars van de "Toversokken" puzzel van twee vakidioten geleden zijn geworden: Menno de Boer en Sven Bosman!

Lord Kelvin over de zon

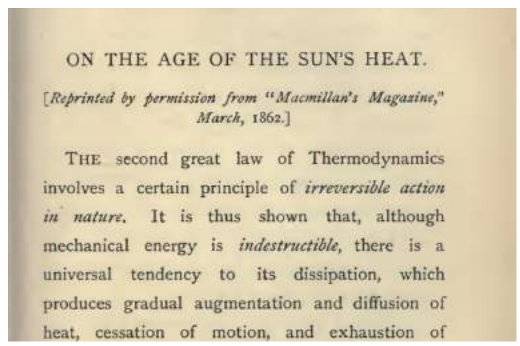
Peter Speets

Halverwege de negentiende eeuw was er niets bekend over kernfusie. In 1862 schreef William Thomson, beter bekend als Lord Kelvin, een populair wetenschappelijk artikel over de stand van de wetenschap in het verklaren waar de warmte van de zon vandaan komt. In die tijd schatten geologen in dat de Aarde minstens een paar honderd miljoen jaar oud is, terwijl Kelvin met zijn berekeningen slechts op tientallen miljoenen jaren als maximale levensduur van de aarde kwam. In dit Vakidiootartikel geef ik een samenvatting van het artikel van Kelvin om te laten zien hoe één van de bekendste wetenschappers van de negentiende eeuw met de natuurkunde die in die tijd bekend was, de vraag probeert te beantwoorden wat de levensduur van de zon is.

1 Chemische reacties

Kelvin bespreekt in het artikel drie theorieën over de vraag waar de energie van de zon vandaan komt. Allereerst gaat hij uit van een chemische reactie in de zon. In zijn tijd was er weinig bekend over de samenstelling van de zon. Bunsen en Kirchhoff hadden een paar jaar eerder uit het spectrum van het zonlicht opgemaakt dat de zon verschillende aardse metalen bevat. In 1868, dus na het verschijnen van Kelvins artikel, werden er tijdens een zonsverduistering spectraallijnen gemeten in het zonlicht van een tot dan toe onbekende stof: helium. Van het overgrote deel van de zon wist Kelvin dus niet waar het uit bestond, dus ligt een vergelijking met aardse materialen voor de hand. In zijn tijd had steenkool één van de hoogst bekende verbrandingswarmten, dus als de zon zou bestaan uit een stof die vergelijkbaar is met brandbare stoffen die op aarde te vinden zijn, zou de verbrandingswarmte van de zon in de buurt van dat van steenkool moeten liggen.

Als iemand de zon zou vullen met steenkool, zou dat de zon slechts voor vijfduizend[1] jaar van energie kunnen voorzien. Aardolie doet het al iets beter, omdat olie een hogere energiedichtheid heeft, maar aardolie kan de zon ook minder dan tienduizend jaar van energie voorzien. Om deze fossiele brandstoffen te kunnen verbranden is er ook een hoop zuurstof nodig op de zon. In ieder geval meer dan de schamele 0,8% van de massa van de zon die uit zuurstof bestaat. Kelvin kent geen betere materialen op aarde die een hogere verbrandingswaarde hebben, dus hij sluit een chemische reactie uit als energieleverancier voor de zon.


ON THE AGE OF THE SUN'S HEAT.

[*Reprinted by permission from "Macmillan's Magazine," March,* 1862.]

THE second great law of Thermodynamics involves a certain principle of *irreversible action in nature.* It is thus shown that, although mechanical energy is *indestructible,* there is a universal tendency to its dissipation, which produces gradual augmentation and diffusion of heat, cessation of motion, and exhaustion of

Figuur 1 *Herdruk uit 1889.*

2 Inslagen van meteoren

Een tweede optie is de generatie van warmte door de influx van meteoren. De warmte die vrijkomt bij het inslaan van de meteoren zou de energie moeten leveren. Er komt echter niet heel veel warmte vrij bij een meteoreninslag vergeleken met de hoeveelheid die de zon in massa zou moeten toenemen. De toename van de massa van de zon door de meteoren zou groot genoeg moeten zijn om de lengte van het jaar op aarde te doen veranderen in de loop dat er historische gegevens bekend zijn. Aangezien dit niet het geval is, lijkt voor Kelvin het onaannemelijk dat meteorietinslagen voor genoeg warmte zorgen. Dat er rond de zon veel meteorieten zijn die in de zon kunnen inslaan, leidt Kelvin af aan afwijkingen in de baan van Mercurius. Pas in de twintigste eeuw zou worden vastgesteld dat Einsteins relativiteitstheorie de veroorzaker is van de afwijkingen in de baan van Mercurius.

[1] Een kilo steenkool kan ongeveer 30 MJ aan energie leveren. De massa van de zon is $2 \cdot 10^{30}$ kg. Als deze hoeveelheid steenkool zou kunnen verbranden om het vermogen te leveren waarop de zon zijn energie uitstraalt, moet het $4 \cdot 10^{26}$ W aan vermogen kunnen leveren. Dit betekent dat de zon ongeveer zesduizend jaar te leven heeft. Kelvin zelf is iets pessimistischer en schat de maximale levensduur voor een zon op steenkolen op drieduizend jaar.

3 Warmte door krimpen

De derde optie die Kelvin beschrijft, is dat bij het ontstaan van de zon een hoeveelheid warmte is vrijgekomen door het botsen van meteorieten en andere hemellichamen en dat de zon sindsdien aan het afkoelen is. Door het afnemen van de temperatuur tijdens het afkoelen, wordt de zon kleiner onder invloed van zijn eigen zwaartekracht. Als de warmtecapaciteit van de zon gelijk zou zijn aan dat van water, zou de diameter van de zon te snel kleiner worden om niet waargenomen te worden bij het te leveren vermogen, nog los van de korte tijd die het kost om af te koelen. Op basis daarvan schatte Kelvin in dat de warmtecapaciteit van de zon minstens duizend keer hoger moet liggen dan dat van water. Hij kon dus kiezen tussen twee kwaden: of de zon zou een warmtecapaciteit moeten hebben dat bij geen enkel materiaal op Aarde bekend was, of de zon zou materialen bevatten die veel meer energie kunnen leveren dan ieder ander bekend materiaal.

Echter, het krimpen van de zon maakt potentiële energie vrij die het het afkoelen van de zon minder sterk maakt. De potentiële energie van de zon door zijn eigen zwaartekracht kan de zon laten stralen voor enkele tientallen miljoenen jaren om uiteindelijk te moeten eindigen als een koude bol. Enkele tientallen miljoenen jaren was in Kelvins ogen voldoende tijd om aan te nemen dat dit het mechanisme is waarmee de zon zijn warmte genereert. Dit betekende dat de schattingen van geologen van de leeftijd van de aarde niet konden kloppen, omdat de zon simpelweg niet genoeg energie zou bevatten om voor honderden miljoenen jaren te kunnen branden. Ter vergelijking: de leeftijd van de zon wordt op dit moment ingeschat op 4,6 miljard jaar.

Zijn redenaties waren gedaan op basis van natuurkundige principes uit zijn tijd. Er was immers niets bekend over kernsplitsing of kernfusie. Charles Darwins evolutietheorie had, om soorten te kunnen evolueren door natuurlijke selectie, veel tijd nodig. Tijd die Kelvin hem niet kon geven. Omdat Darwin de berekeningen van Kelvin in hoog aanzien had, paste hij later passages in zijn boek 'On the origin of Species' over de evolutionaire tijdsschaal aan. Pas aan het eind van het leven van Kelvin, het begin van de twintigste eeuw, werden er experimenten gedaan met radium. Deze nieuwe stof kon wel genoeg warmte leveren om de zon te doen stralen op een geologische tijdsschaal. Pas later, in de jaren 30, werd kernfusie ontdekt als energiebron die de zon van energie voorziet. Toen Darwins evolutietheorie veel meer geaccepteerd werd en geologen ook steeds meer aanwijzingen hadden voor een veel oudere aarde, bleef Kelvin vasthouden aan het idee van een jonge aarde, ook toen geopperd werd dat radioactieve materialen voor genoeg warmte zouden kunnen zorgen in de zon. Kelvin heeft het imago gekregen als een verstokte tegenhanger van de evolutietheorie van Darwin door ook na de ontdekking van radioactieve materialen te geloven in een jonge aarde, hoewel zijn ideeën over de warmte van de zon – toen hij ze voor het eerst formuleerde halverwege de negentiende eeuw – een prima verklaring voor de warmte van de zon waren op basis van de natuurkunde van zijn tijd.

Het Kelvin-Helmholtzmechanisme in Jupiter

Het principe dat er potentiële energie vrijkomt door het krimpen van een hemellichaam, het Kelvin-Helmholtzmechanisme, is wel een mechanisme dat kan bijdragen aan de totale energieuitstraling, maar niet van de zon, omdat de zon niet kleiner wordt, maar groter door het vormen van een rode reus aan het eind van zijn levensloop. In Jupiter daarentegen speelt dit wel een rol. Jupiter is te klein om de dichtheid in de kern hoog genoeg te maken om kernfusie mogelijk te maken, maar Jupiter is wel iets warmer dan te verwachten valt van zijn afstand ten opzichte van de zon. Jupiter straalt ook meer energie uit dan het oppervlak aan zonlicht ontvangt. Deze netto energieproductie wordt veroorzaakt door het Kelvin-Helmholtzmechanisme.

FILOSOFIE

Filosofie van de wiskunde

Jetze Zoethout

Er wordt wel eens gegrapt dat het departement wiskunde het goedkoopste departement van de bètafaculteit is. Immers, waar andere opleidingen allerlei dure experimentele opstellingen gebruiken, hebben wiskundigen niets anders nodig dan pen en papier, of krijtje en krijtbord, om de materie te lijf te gaan. Wat hier eigenlijk gezegd wordt, is dat de wiskunde geen natuurwetenschap is. In tegenstelling tot de natuurwetenschap, gaat de wiskunde helemaal niet over de wereld om ons heen. Dat is op zichzelf nog niet zo bijzonder. Er lopen immers genoeg figuren rond die van alles beweren zonder zich iets aan te trekken van de wereld. Het bijzondere aan wiskundigen is echter dat ze wel degelijk zinnige resultaten lijken te boeken. Bovendien hebben deze resultaten, die in eerste instantie dus niets met de wereld van doen hebben, allerlei toepassingen in de natuurwetenschap. Dat is eigenlijk bijna te mooi om waar te zijn. Dit inzicht, dat de wiskunde eigenlijk iets heel bijzonders is, is waar de filosofie van de wiskunde begint. In dit artikel wil ik, door middel van een aantal voorbeelden, een beeld schetsen van wat je als filosoof allemaal over de wiskunde zou kunnen zeggen.

Het is zowel binnen de wiskunde als binnen de filosofie gebruikelijk om, als je een artikel schrijft over X, eerst maar eens te definiëren wat X eigenlijk is. Een bekend cliché over filosofie is dat 'Wat is filosofie?' een van de moeilijkste vragen is die je kunt stellen. Dit cliché is helaas waar, dus ik zal geen uitgebreide poging doen om precies af te bakenen wat de filosofie van de wiskunde precies is. Voor nu is het belangrijkste dat het hier gaat om vraagstukken die over de wiskunde gaan, maar die zelf geen wiskundige vragen zijn.[1]

Misschien lees je dit nu en denk je: filosofie, dat is toch iets heel zweverigs? Dit is ook een bekend cliché over filosofie, maar maak je geen zorgen: dit cliché is *niet* waar. Filosofen proberen juist, net als wiskundigen, op een precieze manier na te denken over heel abstracte dingen. Wiskunde en filosofie vormen dus eigenlijk een heel gelukkige combinatie. Laten we daarom eens een paar voorbeelden van filosofische vragen over de wiskunde bekijken.

- *Wiskundige objecten.*
  Als wiskundigen zich niet bezig houden met de wereld om ons heen, waar hebben ze het dan wel over? Wat zijn de dingen waar wiskundigen het typisch over hebben, zoals getallen, eigenlijk? Dit is misschien wel het bekendste voorbeeld van een filosofische vraag over wiskunde, en er zijn tientallen verschillende antwoorden op gegeven. Twee extreme posities in dit debat zijn het *platonisme* en het *formalisme*. Volgens platonisten zijn wiskundige objecten dingen die echt en onafhankelijk van wiskundigen bestaan. Het zijn weliswaar abstracte objecten, dus je kunt ze niet zien of voelen, maar ze bestaan evengoed. Zo hebben wiskundigen, net als de natuurwetenschappers, toch ook een wereld om te bestuderen; het is gewoon niet de wereld om ons heen. Volgens formalisten bestaan wiskundige objecten juist helemaal niet, en kun je strikt genomen helemaal niet spreken over iets als een wiskundig object. Wiskunde is niets meer dan het opschrijven van symbolen, die we volgens bepaalde afgesproken regels mogen manipuleren. Deze symbolen verwijzen verder nergens naar, en dus ook niet naar wiskundige objecten. De meeste andere posities bevinden zich ergens tussen deze twee extremen.
- *Wiskundige kennis.*
  Los van wat wiskundige objecten precies zijn, staat het in elk geval vast dat wiskundigen iets zinnigs zeggen over deze objecten. Met andere woorden, er bestaat zoiets als wiskundige kennis. Deze kennis lijkt ook heel speciaal te zijn. Als natuurwetenschapper heb je altijd te maken met het risico dat je theorie wordt ontkracht door nieuwe waarnemingen. Wiskundigen hebben hier geen last van: als je iets bewijst, dan staat het ook voor altijd vast dat het waar is. Het komt natuurlijk voor dat er een fout opduikt in een

[1] Er bestaan ook vragen over wiskunde die zelf ook weer wiskundige vragen zijn. Dit vakgebied staat bekend als metawiskunde. We zullen hier straks nog een voorbeeld van zien.

bewijs. Maar afgezien van dit soort bedrijfsongevallen is de wiskunde niet voor herziening vatbaar. Daar kunnen we het met zijn allen over eens zijn, toch?

Het zal je misschien verrassen, maar niet alle filosofen zijn het hier mee eens. Volgens de Britse filosoof W.V.O. Quine kan *elke* wetenschappelijke uitspraak herzien worden als gevolg van het doen van nieuwe waarnemingen. En onder wetenschappelijke uitspraken vallen hier ook de logische wetten. Volgens Quine zou het zou in principe kunnen dat we ooit de logische wetten moeten herzien. In dat geval zouden we ook alle wiskundige bewijzen, die in het beste geval gebruik maken van allerlei logische redeneringen, opnieuw tegen het licht moeten houden.

- *Het dagelijks leven.*
  De bovenstaande voorbeelden zijn wellicht wat abstract, maar er bestaan ook filosofische vragen die veel directer over de wiskundige praktijk gaan. Op een doorsnee dag bewijzen wiskundigen van alles. Deze bewijzen zijn deel van de reden waarom de wiskunde zo bijzonder is: deze sluitende redeneringen zorgen ervoor dat wiskundige resultaten van eeuwen geleden nog steeds overeind staan. Maar wat is dat voor een ding, zo'n bewijs?

  Deze vraag kun je zowel vanuit een wiskundig als vanuit een filosofisch standpunt benaderen. Wiskundigen hebben in de loop van de vorige eeuw een precieze en formele definitie gegeven van wat een bewijs is, en dit heeft een heel nieuw vakgebied binnen de logica opgeleverd: bewijstheorie.[2] Maar er zijn ook genoeg *filosofische* vragen over de aard van bewijzen te stellen. Denk bijvoorbeeld eens na over het volgende. De meeste bewijzen die je tegenkomt, zijn logische redeneringen die door een voldoende capabele wiskundige te volgen zijn. Maar er bestaan bewijzen van beroemde stellingen die dit beeld op de proef stellen. In het bewijs van de Vierkleurenstelling worden bijvoorbeeld heel veel gevallen afgehandeld door de computer, en dit kan geen enkele wiskundige met goed fatsoen controleren. Moeten we dit dan wel accepteren als bewijs? Of kunnen we pas spreken van een bewijs als wiskundigen het ook echt kunnen volgen?

De Vierkleurenstelling zegt intuïtief dat op elke landkaart de landen kunnen worden ingekleurd met vier kleuren, op zo'n manier dat twee aangrenzende landen nooit dezelfde kleur hebben. Deze stelling werd voor het eerst bewezen in 1989 door Kenneth Appel en Wolfgang Haken, met behulp van de computer dus. Het bewijs van deze stelling is ondertussen ook gecontroleerd door computerprogramma's die speciaal zijn gemaakt om bewijzen na te lopen, maar er is nog geen bewijs dat helemaal geen gebruik maakt van de computer.

Ik hoop dat deze voorbeelden een idee geven van hoe breed de filosofie van de wiskunde kan zijn. De beste manier om er achter te komen hoe leuk en interessant dit soort vragen kunnen zijn, is door er zelf over na te denken. Daarom heb ik hier onder nog een kort lijstje gemaakt met andere filosofische vragen over de wiskunde die ik tijdens mijn studie tegen ben gekomen. Ik wil jullie aansporen om hier eens over na te denken, bijvoorbeeld onder de douche, of wanneer je, door welk misverstand dan ook, even geen zin meer hebt in wiskunde zelf.

- Wiskunde is dus geen natuurwetenschap. Welke plek neemt de wiskunde dan in binnen de andere wetenschappen? Is wiskunde eigenlijk wel een wetenschap? Een praktische opdracht bij deze vraag: deel de faculteiten van de universiteit helemaal opnieuw in. Zou je wiskunde weer bij de bètafaculteit plaatsen?
- Natuurwetenschappers lijken allerlei fenomenen die in de wereld om ons heen plaatsvinden te *verklaren*. Is er binnen de wiskunde ook sprake van verklaringen? Wat zouden dat dan precies moeten zijn?
- Wiskundigen bewijzen allerlei resultaten, maar sommige daarvan zijn interessanter dan andere. De meest interessante resultaten noemen we meestal 'Stelling'. Wat maakt sommige resultaten interessanter dan andere? Op wat voor resultaten zou wiskundig onderzoek zich moeten richten?

[2] Dit is dus een voorbeeld van metawiskunde.

- Het is bekend dat er bepaalde interessante wiskundige vragen zijn die niet beslist kunnen worden met de huidige geaccepteerde wiskundige axioma's. Dat wil zeggen: we kunnen deze uitspraken niet bewijzen, maar we kunnen ook niet bewijzen dat ze niet waar zijn! Het bekendste voorbeeld van zo'n vraag is de zogeheten *continuümhypothese*. Wat moeten wiskundigen doen in zo'n situatie? Moeten ze zich er bij neerleggen? Of moeten ze op zoek naar nieuwe axioma's die de zaak wel kunnen beslechten?

> Je vraagt je misschien af wat het precies betekent dat de continuümhypothese niet bewezen kan worden. Zoals we net al zagen, bestaat er sinds de vorige eeuw een precieze definitie van 'bewijs'. Met deze definitie wordt de vraag of een bepaalde uitspraak bewijsbaar is, opeens een wiskundige vraag. In 1940 bewees Kurt Gödel dat de continuümhypothese niet bewezen kan worden, en in de jaren 60 bewees Paul Cohen dat het tegenovergestelde van de continuümhypothese ook niet bewezen kan worden. Dit zijn beroemde wiskundige resultaten, die dus aanleiding hebben gegeven tot filosofische vragen.

- Een metavraag: omdat filosofie van de wiskunde over wiskunde gaat, is het te verwachten dat er onder wiskundigen bepaalde vooroordelen bestaan over deze filosofische vragen. Zo verdenk ik bijvoorbeeld bijna elke wiskundige ervan platonist te zijn (enkele openlijk niet-platonistische tegenvoorbeelden daargelaten). Zijn wiskundigen dan wel geschikt om filosofie van de wiskunde te doen?
- Nog een metavraag: misschien denk je dat al deze vragen nergens op slaan, en dat je er niet over na zou moeten denken. Maar dan heb ik goed nieuws voor je: ook dat is een filosofische positie die je met succes zou kunnen verdedigen. Dus daarom de vraag: zijn dit allemaal eigenlijk wel zinnige vragen?
- Bonusvraag: wat is filosofie van de wiskunde eigenlijk?

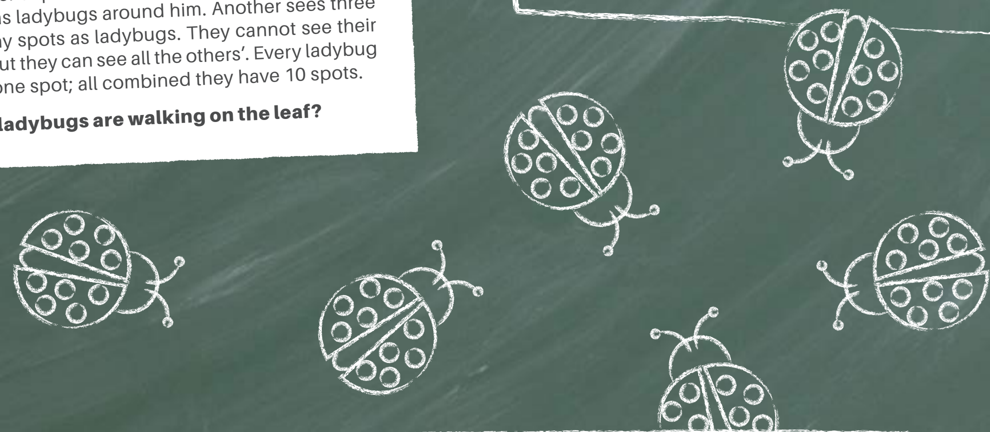
Naast het feit dat deze vragen erg leuk zijn om over na te denken, is er nog een andere reden waarom wiskundigen over dit soort vragen na zouden moeten denken. De filosofie van de wiskunde heeft wiskundigen namelijk hard nodig. De vragen die filosofen van de wiskunde stellen zijn weliswaar zelf geen wiskundige vragen, maar ze gaan wel *over* wiskunde. Het is erg lastig om een vraag als 'Wat is een bewijs?' te beantwoorden als je nog nooit een bewijs hebt gezien. Meer algemeen, als je filosofie van X laat doen door mensen die niet zo veel van X afweten, dan krijg je heel slechte filosofie. Ik durf daarom wel te zeggen dat, als je je met filosofie van de wiskunde bezig wilt houden, het belangrijker is dat je iets van wiskunde weet dan dat je iets van filosofie weet.[3] Een tekort aan filosofen zal de filosofie van de wiskunde niet zo snel hebben; een tekort aan wiskundigen des te eerder.

[3] Maar zie ook de eerste metavraag van hierboven.

PUZZALYTICS

Several ladybugs are walking around on a leaf and admiring each other's spots. One of the ladybugs sees twice as many spots as ladybugs around him. Another sees three times as many spots as ladybugs. They cannot see their own spots, but they can see all the others'. Every ladybug has at least one spot; all combined they have 10 spots.

How many ladybugs are walking on the leaf?



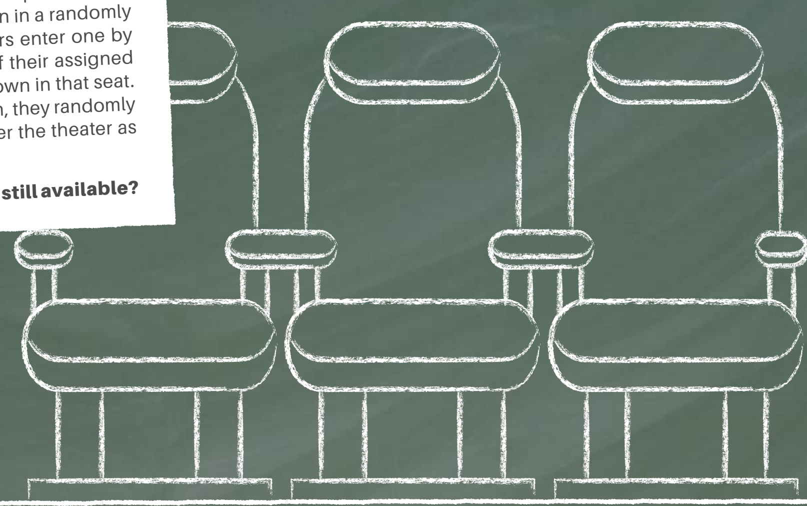
Jeffrey is going to make a cocktail by the name of White Russian. According to his recipe, this mix drink requires 50 ml of wodka, 70 ml of Kahlua and 110 ml of milk. For the Kahlua and the milk he has two measuring cups that can hold exactly 70 ml and 110 ml respectively. However, he does not have a 50 ml measuring cup; only his full 1000 ml bottle of wodka.

How can he, by pouring wodka between the two measuring cups (neither of which has any precise measurings apart from their total sizes), measure exactly 50 ml of wodka?

CURIOUS ABOUT THE SOLUTIONS? VISIT MICOMPANY.NL/#PUZZALYTICS

You bought a ticket to go see a movie. All 100 tickets that were available for this movie have been sold. The first person entering the theater lost his ticket, so he sits down in a randomly chosen seat. After that the other moviegoers enter one by one, all in possession of their own tickets. If their assigned seat is still available they will of course sit down in that seat. If on the other hand their seat is already taken, they randomly choose another one to sit down in. You enter the theater as the last of the 100 moviegoers.

What are the odds that your own chair is still available?



MI COMPANY BUILDING DATA ANALYTICS CAPABILITIES

IDIOOT

A brief wisseling

Sophie Huiberts, Marc Houben

Hoi Marc,

Over een jaar ben ik afgestudeerd, dus ik ben me voorzichtig aan het oriënteren op de arbeidsmarkt. Werken bij een adviesbureau lijkt me best leuk om te doen, dus zo was ik laatst aan het lezen op een website van een adviesbureau dat zieltjes wilde winnen.

Het bedrijf gaf me over het algemeen een vrij goede indruk, en ik zie mezelf er misschien wel werken later. Helaas kan niet alles meezitten. Ik ergerde me bijvoorbeeld een ongeluk aan hun taalgebruik op de website. Dat zit vol met Engelse woorden voor concepten waar ook prima Nederlandse woorden voor zijn. Het begint natuurlijk al bij het inmiddels ingeburgerde woord "consultancybureau" in plaats van "adviesbureau", maar dat vind ik nog wel prima. Op de websites van die bedrijven gaat het voortdurend over "efficiency" in plaats van "efficiëntie", "skills" in plaats van "vaardigheden" en "business" in plaats van "bedrijf".

Maar ook in het dagelijks leven worden veel Engelse woorden gebruikt in plaats van prima Nederlandse woorden. En dat is jammer, want Nederlands is een prachtige en vooral veelzijdige taal. Simon Stevin beweerde zelfs dat Nederlands de taal was die Adam en Eva in het paradijs spraken.[1]

Wat ik ook zo jammer vind, is, als men Engelse woorden stukje voor stukje omzet naar Nederlandse klanken om zo een "Nederlands" woord te maken. Vandaag gebruikte iemand het woord "simplificeren", terwijl het woord "vereenvoudigen" veel beter had gepast. Ik vind het woord "eenvoud" vanzelfsprekend wonderschoon, en ik gebruik "eenvoud" of daarvan afgeleide woorden daarom vanzelfsprekend met liefde.

Om maar te spreken met de woorden van Eric Wiebes: "Ja, ja, ja, oprecht ja. Omdat het, omdat het, prachtig is!"

Wat vind jij hier van?

Groetjes, Sophie

[1] Zie ook het artikel "Hoe noem je de stelling?" van Tim in Vakidioot 16/17-4 Ladenkast.

Hi Sophie,

Agreed! Zelf vind ik het ook super annoying als mensen middenin een zin opeens switchen tussen het Nederlands en het Engels. Een normale conversatie is dan echt totaal niet manageable. Met name mensen die denken dat ze door het gebruik van Engelse woorden hip en cool klinken... Jesus Christ, Awkward!!

To be fair, door alle hedendaagse exposure aan Engelse woorden is het best makkelijk om er even in een slip of the tongue een Engelse term uit te gooien. Zeker als al je studieboeken in het Engels zijn, moet je wel serieuze skills hebben om nog gewoon puur in het Nederlands over de stof te kunnen praten. Zelf probeer ik er altijd heel erg op te letten om niet zomaar een Engels woord te gebruiken waar dat niet nodig is, dus mij overkomt dat eigenlijk nooit.

Over dat consultancybureau waar je het over had: volgens mij is dat Engelse taalgebruik vooral voor de show. Voor veel upperclass mensen in de managementcultuur heeft het toppriority om fancy en up-to-date over te komen. Dat daar soms Engelse termen voor gebruikt worden, is een understatement. Ook is de trend tegenwoordig dat mensen in het Engels googlen, dus denk ik dat webmasters hun views proberen te maximizen door een zo Engelstalig mogelijke website online te zetten.

Anyway, fijn om te horen dat je mijn sidekick bent tegen het overbodig gebruik van anglicismen. Zelf stel ik voor het FUTIEL op te richten. Dat is de Fabelhafte Unit Tegen Import en Export van Leenwoorden. Of dat überhaupt een goed idee is of een faux pas dat moet maar blijken.

Enfin, om Stalin maar te quoten: ``Уничтожение классов достигается не путём потухания классовой борьбы, а путём её усиления.''

Adiós,

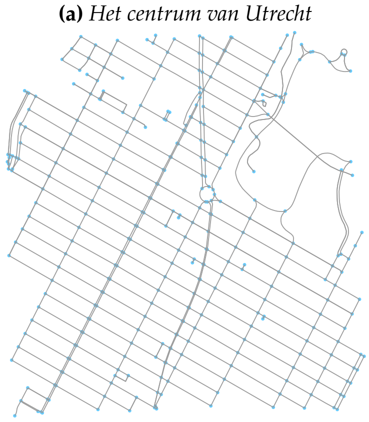
Marc

Bevolkingsdichtheid

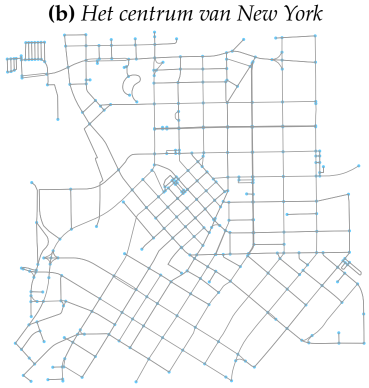
Tim Baanen

Naast de muziek door Philip Glass bevat de film *Koyaanisqatsi* vooral time-lapseopnamen van de natuur en menselijke bouwwerken. Denk bijvoorbeeld aan een scène waarin je ’s nachts de lichten van de auto’s door een stad ziet schieten. Het zou me niet verbazen als dit een of andere artistieke bedoeling heeft, maar waar het me vooral om gaat, is hoe onnatuurlijk beide scènes aandoen voor mijn Nederlandse oog. In dit geval gaat het niet eens om de inhoud van de verkeersborden of de kleur van de taxi’s of de taal van de neonreclame, maar er is iets structureel anders aan veel Amerikaanse steden.

(a) *Het centrum van Utrecht*



(b) *Het centrum van New York*



(c) *Het centrum van Atlanta*

Om hier een beetje grondigere uitwerking aan te geven dan “kijk naar een oude film”, heb ik een vierkant van 1 bij 1 kilometer getekend in de centra van verscheidene steden en daarin alle straten geplot waar je met de fiets kan komen. Laten we beginnen met Utrecht in figuur 1a.

Je kan hier iets links van het midden het centraal station zien met een grote witte streep gevormd door het spoor, en rechts van het midden zijn de dubbele strepen de beide oevers van de Oudegracht. Deze Middeleeuwse straten zijn niet echt ordentelijk, maar je kan wel voor het grootste deel van je route een rechte lijn volgen tussen twee punten. In vergelijking is Manhattan veel gegridder, zoals je ziet in figuur 1b.

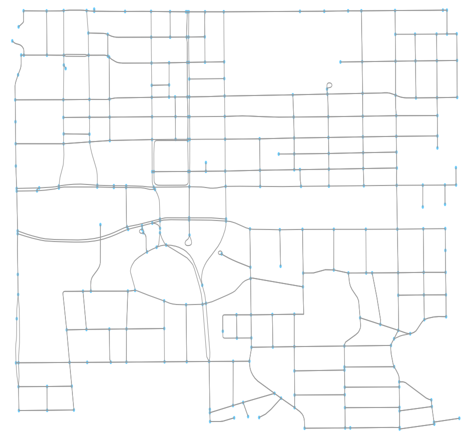
Verticaal door het midden loopt de befaamde Broadway, die in het midden de hoek van Central Park schampt. Hier zie je heel duidelijk het roosterpatroon dat door het grootste deel van Manhattan loopt. Een van de gevolgen van dit regelmatige patroon is dat elke straat bijna identiek is aan elke andere straat, dus elke straat staat best wel vol met auto’s. In figuur 1c zie je Atlanta, waar men dit op zijn Amerikaans probeerde op te lossen.

Het lijkt misschien alsof een flink deel van de kaart aan alle kanten ontbreekt. Dat lijkt zo want het centrum van Atlanta wordt aan drie kanten ingesloten door snelwegen en aan de overgebleven kant door een combinatie van doorgaande weg en spoorlijn. Het is daar dus wel erg lastig om even naar de winkels in de stad te fietsen, dus gaan mensen sneller de auto pakken, dus moeten de wegen verbreed worden, dus gaan minder mensen erlangs fietsen, dus de wegen raken nog voller met auto’s, enzovoort. Voor dit probleem hebben ze in Orlando een andere oplossing verzonnen.

Vermoedelijk ging de redenatie ongeveer als volgt: als je de hele zooi van het centrum vervangt met het knooppunt van twee snelwegen, krijg je een plek waar iedereen heel snel heen kan, en geen enkele zin heeft om te blijven, dus het is fantastisch voor de bereikbaarheid. Bovendien hadden ze in de jaren zestig meteen een mooi excuus om de wijken met van die enge arme en/of zwarte mensen erin te slopen en asfalt ervoor in de plaats te leggen. Als je een Echte Amerikaan bent, dan leef je in een vrijstaand huis in de suburbs, zoals figuur 2b met vier vierkante kilometer[1] van Cypress Springs in de buurt van Orlando.

In de linkerbenedenhoek zijn onder andere een basisschool en een supermarkt te vinden. Door alle kromme doodlopende straatjes zonder onderlinge doorverbindingen moet je vanuit de rechterbovenhoek 7 kilometer afleggen om daar te geraken, dus geen wonder dat er zoveel auto's nodig zijn. Aan de andere kant heb je door de extreem lage bevolkingsdichtheid minder gedoe met buren die een hek drie centimeter over de erfgrens zetten. In ongeveer dezelfde jaren zijn in Nederland de Vinexwijken gebouwd zoals Leidsche Rijn in plaatje 2c.

Binnen dezelfde oppervlakte zijn hier een stuk of 10 basisscholen te vinden. Doordat ze zelf naar school kunnen fietsen, zijn kinderen in Nederland zelfstandiger, gezonder en gelukkiger dan in de VS. Dat is dus allemaal uiteindelijk veroorzaakt door te beroerd te zijn om Middeleeuwse stratenplannen aan te passen. Wat een prachtig voorbeeld van de wet van de remmende voorsprong!



(a) *Het centrum van Orlando*

(b) *Een buitenwijk van Orlando*

(c) *Een buitenwijk van Utrecht*

[1] Ik heb hier maar uitgezoomd, want anders zou de hele kaart bestaan uit een doorgaande weg met wat zijweggetjes.

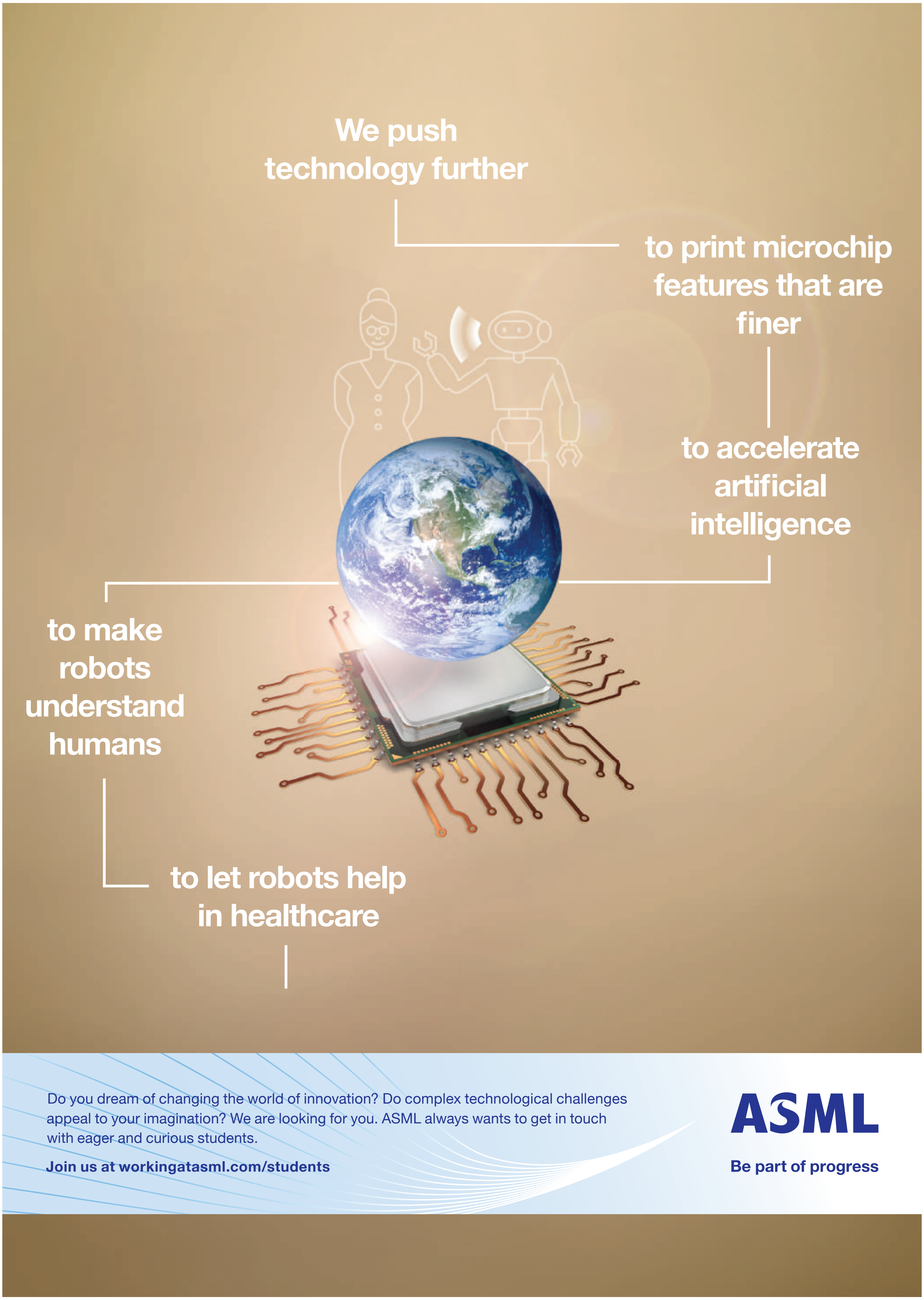
Geschiedenismoppentrommel

Peter Speets

Geschiedenis is soms net zo raadselachtig als natuur- of wiskunde. Daarom bestaat de moppentrommel van deze Vakidioot uit geschiedenisraadsels.

- Waarom heeft een Byzantijn geen Volvo?
  Hij rijdt constant in Opel.
- Waar betaalt Schotland zijn onafhankelijkheid van?
  Met William Wallacetinggeld.
- Waarom worden Teutoonse ridders aggressief als ze 'You'll never walk alone' horen?
  Ze hebben een hekel aan Litouwers.
- Wat zei Karel VII van Frankrijk tegen de hertog van Bourgondië?
  Join the d'Arc side!
- Hoe kwamen de oude Grieken aan hun olijfolie?
  Weet ik ook niet. Ze hadden een hekel aan Perzen.
- Waarom spak men in het Oost-Romeinse rijk vooral Grieks?
  Ze hadden genoeg ρ*-mijnen.*
- Hoe komt de eerste ridder aan zijn tomaten?
  Die moet hij in zijn kas telen.
- Hoe komt de tweede ridder aan zijn tomaten?
  Die moet hij uit de kas stelen.
- Hoe komt de derde ridder aan zijn tomaten?
  Niet, want er waren geen tomaten in Europa tijdens de Middeleeuwen.
- Wie vervult de wensen van Charles V?
  Charles' fee.
- Stierf Marcus Crassus 's ochtends of 's avonds?
  's Ochtends, want morgenstond heeft goud in de mond.
- Wat kan een edelman nog doen zonder paard?
  Die kan altijd nog loopgraaf worden.
- Wat vond Pompeius van Caesar?
  Die vond hem maar Gaius.
- Wie kenden de meter eerder dan de Fransen?
  De Grieken kenden Demeter al.
- Wie offerden aan Germaanse goden?
  Donarteurs.
- Waren Germanen vrij op religieuze feesten?
  Die waren Freya.

De Fotostrip


We push technology further
to print microchip features that are finer
to accelerate artificial intelligence
to make robots understand humans
to let robots help in healthcare
Do you dream of changing the world of innovation? Do complex technological challenges appeal to your imagination? We are looking for you. ASML always wants to get in touch with eager and curious students.
Join us at workingatasml.com/students
ASML
Be part of progress