VAKIDIOOT

Met Vereende Krachten

Studievereniging A–Eskwadraat Jaargang 17/18 Nummer 4

In dit nummer

Uitgave 8 maart 2018
Oplage 1900
Deadline 18 maart 2018

De Vakidioot is een uitgave van
Studievereniging A–Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht

Telefoon (030) 253 4499
Fax (030) 253 5787
Website a-eskwadraat.nl/vakid
E-mail vakid@a-eskwadraat.nl

Wil je de Vakidioot niet meer ontvangen of ben je verhuisd? Pas dan je gegevens aan op `a-eskwadraat.nl`.

Redactie
Berend Ringeling
Bryan Brouwer
Emil Meijer
Koen van Baarsen
Marc Houben
Marlien Wennekes
Peter Speets
Sophie Huiberts
Tim Baanen

Eindredactie
Jim Vollebregt

Omslag
Tim Baanen

Met dank aan
Jaco Ruit
Im Aginair

Redactioneel

Gezien het thema leek het mij wel aardig te reflecteren op een evenement uit mijn leven waarbij samenwerking van uiterst belang was. Toen ik in het tweede jaar van de middelbare school zat besloten mijn mentoren de klas op kamp te sturen. Na al die jaren refereer ik nog altijd aan dit kamp als “het militaire trainingskamp”. Hier volgt een kort, mogelijk iets geromantiseerd, verslag.

De kamplocatie was bekend, en er werden door de klas drie jongens aangewezen om de fietsroute uit te stippelen. Laten dit nou net de drie jongens zijn die met de auto gingen. Toegegeven, het feit dat stukken van onze “fietsroute” over de snelweg liepen was niet de enige reden dat we ruim vijf uur deden over de fietstocht van 12 kilometer. Ook het feit dat iemand een lekke band kreeg terwijl we net 5 minuten onderweg waren zorgde voor veel oponthoud. Natuurlijk moest de klas zelf regelen dat de band geplakt werd, wat zo’n anderhalf tot twee uur duurde.

Om half elf ’s avonds kwamen we dan toch aan op de plek van bestemming. De jongens mochten beginnen met het opzetten van de scoutingtent die we de rest van het kamp niet meer gebruikten terwijl de meisjes aan het koken gingen (ik meen me te herinneren dat er over deze taakverdeling gestemd is).

Na een spelletje levend stratego om half drie ’s nachts werden we om zeven uur ’s ochtends gewekt om te ontbijten. Meteen daarna volgde er een belachelijke speurtochtactiviteit gecombineerd met het bouwen van vuurcribbes die ons in staat zou stellen lunch te bemachtigen. Samenwerking stond hier centraal, omdat iedereen maar een deel van de informatie bezat. De precieze details herinner ik me niet, maar het kwam neer op uren verdwaald rondstruinen in het bos en het eten van halfgebakken pannenkoekenbeslag.

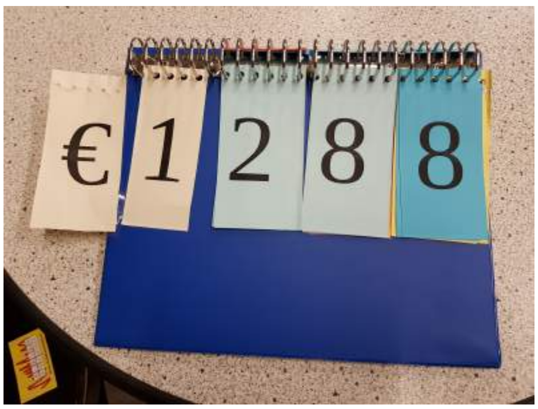
Het behoeft bijna niet gezegd te worden dat de samenwerking wat aan de wensen over liet. Toch zijn mijn herinneringen aan dit militaire trainingskamp niet uitsluitend negatief. Het heeft (denk ik) voor een hechtere klas gezorgd (minus die drie gasten die met de auto gingen dan).

Jim Vollebregt
Eindredacteur

Experimenten

Willem Hulst
Boekencommissaris A–Eskwadraat

Je vraagt je vast wel eens af wat die gekke teller in de gezelligheidskamer is. Als je dit aan een bestuurslid hebt gevraagd, dan heb je het antwoord al gehoord: het is de huidige stand van het experimentenfonds! Maar, nu hoor ik de vervolgvraag al, wat doen we nou met dat geld? Dat ga ik even haarfijn uitleggen.



Figuur 1: Deze teller dus.

Elke dinsdag, tijdens het bestuursoverleg, bespreken wij met z'n allen alle goeie ideeën die zijn ingeleverd in de afgelopen week, zowel digitaal als op papier. Als wij het ook een goed idee vinden dan krijgt de bedenker van het idee toestemming van ons om dit uit te voeren. Mocht er geld nodig zijn voor dat idee, dan financieren wij dat vanuit het experimentenfonds (mits de KasCom het ook een goed idee vindt).

De huidige stand

Een van de meest populaire goede ideeën is ongetwijfeld het Beste Idee van A-Eskwadraat 2016: A-Eskwataart. Elke twee weken staan er weer drie taarten in de kamer. Als je een stukje pakt, stop je een briefje met je naam erop in een potje. Als de taarten op zijn, worden er drie namen getrokken, en die drie gelukkigen mogen nieuwe taarten bakken! De declaraties voor de ingrediënten worden betaald vanuit het fonds.

Een recent goed idee was de workshop 'Kerstshirts versieren'. De inspiratie voor deze activiteit komt uit het feit dat het altijd best wel warm is in het BBG. Dus, in plaats van een zweterige kersttrui, kon je een prachtig kerstshirt maken bij de workshop!

Nog een geslaagd experiment was de 'women-only' Cocktailworkshop, georganiseerd door de Insièmi. Het was, zo heb ik me laten vertellen, een erg leuke avond.

Hieronder een bord met uitgevoerde ideeën, sta jij er binnenkort op? Ook zijn er tal van kleine ideeën bedacht en uitgevoerd. Dit zijn dingen als het A-Eskwadraat snapchat-filter (alleen te zien in het BBG en omstreken!) Ook krijgen we ideeën als "Meer pak dragen want jullie zien er goed uit" (dankjewel trouwens.) "Nog een panini-ijzer" (meer tosti's, meer beter, toch?) en "Bij het NK Hoofdrekenen moet er een troostprijs in de vorm van een rekenmachine komen." Dit is slechts een kleine greep uit de vele ideeën die in de (digitale) bus worden gestopt. Dus, heb jij een keer een tof idee? Schroom niet, lever het in!

Figuur 2: En dit bord, dus.

Liefs, de Boekencommissaris.

WISKUNDE

Niet-standaardanalyse: de hyperreële getallen

Jaco Ruit

Infinitesimalen, ofwel oneindig kleine kwantiteiten, speelden een belangrijke rol in de vroege ontwikkeling van de differentiaalrekening door Leibniz en Newton. In de 18e eeuw leidde Euler bijvoorbeeld de machtreeks van de exponentiële functie $x \mapsto a^x$ af, met behulp van infinitesimalen, en definieerde vervolgens het getal e. Infinitesimalen misten helaas een rigoureuze definitie. Met de komst van de notie van limieten bedacht door Weierstrass, verdwenen infinitesimalen uiteindelijk uit de differentiaal- en integraalrekening. Waarschuwing: Om dit artikel te begrijpen moet je iets weten van Analyse en Grondsalgen van de Wiskunde.

Abraham Robinson gaf in 1960 wél een rigoureuze definitie van infinitesimalen. Hij construeerde de *hyperreële getallen*, een lichaamsuitbreiding van $\mathbb{R}$, waarin getallen bestaan die, in absolute waarde, kleiner zijn dan elk positief reëel getal. Deze getallen noemen we infinitesimalen, en komen overeen met het oorspronkelijke concept van infinitesimalen van de grondleggers van de differentiaalrekening. In Robinsons boek *Non-standard Analysis*, formuleerde hij o.a. de differentiaal- en integraalrekening met behulp van infinitesimalen. Een voorbeeldje hiervan zien we aan het eind van dit stukje, waarin we een constructie geven van de hyperreële getallen.

Ultraproducten

We moeten eerst weten wat een ultraproduct is. Later zullen we de hyperreële getallen realiseren als een ultraproduct.

Definitie 1 (Ultrafilter)**.** Een ultrafilter $\mathcal{U}$ op een verzameling I is een collectie van deelverzamelingen zodanig dat:

1. $\emptyset \notin \mathcal{U}$.
2. Voor alle verzamelingen $A, B \in \mathcal{U}$ geldt $A \cap B \in \mathcal{U}$.
3. Voor elke deelverzameling $A \subset I$ geldt $A \in \mathcal{U}$ of $I \setminus A \in \mathcal{U}$.

Met behulp van het lemma van Zorn kan je bewijzen dat er op elke oneindige verzameling een *vrije* ultrafilter bestaat. Een vrije ultrafilter is een ultrafilter die geen singletons bevat.

Gegeven een (eerste-orde-logica-) taal L, een collectie L-structuren $\{A_i\}_{i\in I}$ en een ultrafilter op I, kunnen we het ultraproduct van de A_i'tjes construeren, en dit tot een L-structuur maken. Dit doen we als volgt. Je kan nagaan dat de relatie $\sim_{\mathcal{U}}$ gegeven door

$$\alpha \sim_{\mathcal{U}} \beta \Leftrightarrow \{i \in I \mid \alpha_i = \beta_i\} \in \mathcal{U},$$

voor $\alpha, \beta \in \prod_{i\in I} A_i$, een equivalentierelatie is. Het ultraproduct is het quotiënt $\prod_{i\in I} A_i / \sim_{\mathcal{U}}$. Dit wordt ook wel genoteerd als $\prod_{\mathcal{U}} A_i$. We maken nu, op een voor de hand liggende manier, het ultraproduct $\mathcal{A} := \prod_{\mathcal{U}} A_i$ tot een L-structuur. Voor een element $\alpha \in \prod_{i\in I} A_i$ noteren we in het vervolg $[\alpha]$ voor de equivalentieklasse van α (m.b.t. $\sim_{\mathcal{U}}$).

Voor elke constante c in L, definiëren we

$$c^{\mathcal{A}} := [(c^{A_i})_{i\in I}]$$

(de interpretatie van c in $\mathcal{A}$).

Voor elk n-plaatsig functiesymbool f van L, definiëren we de interpretatie van f door

$$f^{\mathcal{A}}([\alpha^1], \ldots, [\alpha^n]) := [(f^{A_i}(\alpha_i^1, \ldots, \alpha_i^n))_{i\in I}].$$

Ga na dat deze afbeelding welgedefinieerd is!

Voor elk n-plaatsing relatiesymbool R van L, definiëren we de interpratie $R^{\mathcal{A}}$ door

$$R^{\mathcal{A}} := \{([\alpha^1], \ldots, [\alpha^n]) \in \mathcal{A}^n \mid \{i \in I \mid (\alpha_i^1, \ldots, \alpha_i^n) \in R^{A_i}\} \in \mathcal{U}\}.$$

Een belangrijke eigenschap van zo'n ultraproduct wordt geformuleerd in de stelling van Łos. Uit deze stelling zal straks het *overdrachtsprincipe* voor hyperreële getallen volgen.

Stelling (Stelling van Łos)**.** Zij $\phi(x_1, \ldots, x_n)$ een L-formule (met vrije variabelen $x_1, \ldots, x_n$) en $[\alpha^1], \ldots, [\alpha^n] \in \mathcal{A}$. Dan geldt $\mathcal{A} \models \phi([\alpha^1], \ldots, [\alpha^n])$ dan en slechts dan als $\{i \in I \mid A_i \models \phi(\alpha_i^1, \ldots, \alpha_i^n)\}$ bevat is in $\mathcal{U}$.

Doe-tip: bewijs deze stelling door inductie op de L-formules (het voldoet om de atomaire formules te checken, en $\neg, \wedge, \exists$).

Hyperreëele getallen

Met deze kennis kunnen we nu de hyperreëele getallen construeren. We bekijken de taal L die het volgende bevat:

1. het 2-plaatsig relatiesymbool $<$,
2. voor elke afbeelding $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ een n-plaatsig functiesymbool F_f,
3. voor elke deelverzameling $A \subset \mathbb{R}$ een 1-plaatsig relatiesymbool ϵ_A.

Het is duidelijk dat $\mathbb{R}$ een L-structuur is, door de voor de hand liggende interpretaties (voor ϵ_A nemen we $\epsilon_A^{\mathbb{R}} := A$). Neem nu een *vrije ultrafilter* $\mathcal{U}$ op $\mathbb{N}$. We definiëren de hyperreëele getallen als het ultraproduct $\prod_{\mathcal{U}} \mathbb{R}$. Deze verzameling noteren we met ${}^*\mathbb{R}$. **Doe-tip**: schrijf op wat de interpretaties van de constantes, functie- en relatiesymbolen zijn in de resulterende structuur.

Een belangrijk gevolg van de stelling van Łos is het overdrachtsprincipe, welke hieronder geformuleerd wordt.

Stelling (Overdrachtsprincipe). Voor elke L-zin ϕ geldt ${}^*\mathbb{R} \models \phi$ dan en slechts dan als $\mathbb{R} \models \phi$.

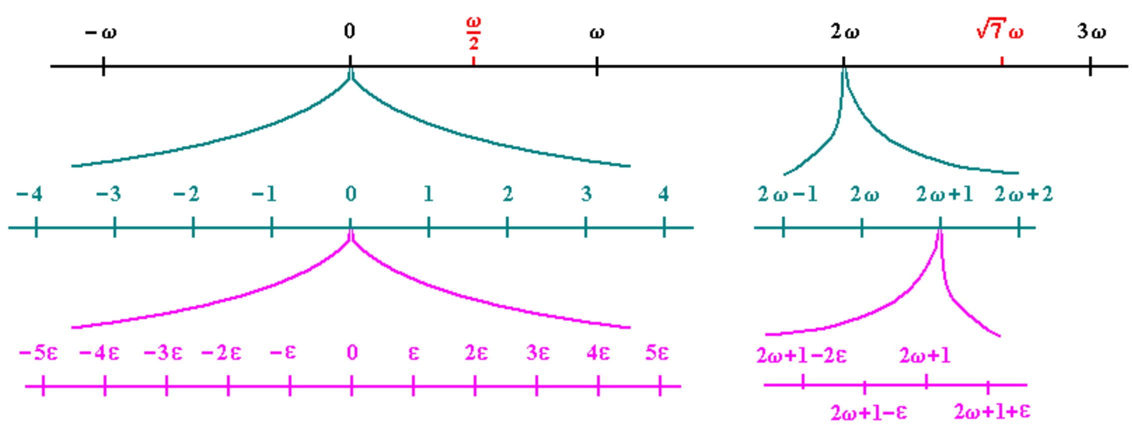
Hieruit volgt gelijk dat de hyperreëele getallen, $({}^*\mathbb{R}, F_+^{{}^*\mathbb{R}}, F_\cdot^{{}^*\mathbb{R}}, <^{{}^*\mathbb{R}})$ een geordend lichaam vormt! We zullen doorgaans $+, \cdot$ en $<$ noteren voor de interpretaties $F_+^{{}^*\mathbb{R}}, F_\cdot^{{}^*\mathbb{R}}, <^{{}^*\mathbb{R}}$.

Voor elke deelverzameling $A \subset \mathbb{R}$ noteren we ${}^*A$ als de interpretatie van ϵ_A in ${}^*\mathbb{R}$, i.e. ${}^*A = \epsilon_A^{{}^*\mathbb{R}}$. Je kan nagaan dat de afbeelding $\iota : \mathbb{R} \hookrightarrow {}^*\mathbb{R} : x \mapsto [(x, x, \dots)]$ een injectief homomorfisme van lichamen is, die ordening bewaard. We identificeren $\mathbb{R}$ met het beeld $\iota(\mathbb{R})$ in ${}^*\mathbb{R}$. We kunnen ${}^*\mathbb{R}$ dus zien als een lichaamsuitbreiding van $\mathbb{R}$. Merk op dat $A \subset {}^*A$, maar $A \neq {}^*A$ in het algemeen. **Doe-tip**: ga na dat $A = {}^*A$ dan en slechts dan als A eindig is.

Verder hebben we voor elke afbeelding $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de interpretatie $F_f^{{}^*\mathbb{R}}$ in ${}^*\mathbb{R}$. We noteren deze afbeelding met ${}^*f$. Het kan gemakkelijk nagegaan dat ${}^*f$ de afbeelding f uitbreidt, i.e. ${}^*f|_{\mathbb{R}^n} = f$.

We kunnen tenslotte een algemenere versie van het overdrachtsprincipe formuleren, dit volgt uit de indentificatie van $\mathbb{R}$ met $\iota(\mathbb{R})$, en de stelling van Łos.

Stelling (Overdrachtsprincipe). Zij $\phi(x_1, \dots, x_n)$ een L-formule (met vrije variabelen $x_1, \dots, x_n$) en $r_1, \dots, r_n \in \mathbb{R}$. Dan geldt ${}^*\mathbb{R} \models \phi(r_1, \dots, r_n)$ dan en slechts dan als $\mathbb{R} \models \phi(r_1, \dots, r_n)$.



Infinitesimalen en gelimiteerde getallen

We kunnen nu nagaan dat $\varepsilon := [(1, 1/2, 1/3, \dots)]$ een infinitesimaal is! Voor elk natuurlijk getal $n \in \mathbb{N}$ geldt namelijk dat $1/m < 1/n$ voor alle $m \in \mathbb{N}_{>n}$. En $\mathbb{N}_{>n}$ is een element van $\mathcal{U}$, omdat $\mathcal{U}$ vrij is. Dus er geldt dat $|\varepsilon|$ kleiner is dan elk positief reëel getal. Dus ${}^*\mathbb{R}$ heeft, in tegenstelling tot $\mathbb{R}$, wel infinitesimalen ongelijk aan nul. We noteren de verzameling van infinitesimalen in ${}^*\mathbb{R}$ met $\mathbb{I}$.

Je kan nu nagaan dat het getal $\omega := 1/\varepsilon$ groter is dan elk natuurlijk getal. Zo'n getal noemen we ongelimiteerd. Hyperreële getallen die begrensd worden door reële getallen noemen we gelimiteerde getallen, en noteren we met $\mathbb{L}$.

Elk gelimiteerd getal x heeft een uniek reëel getal dat oneindig dichtbij x ligt (i.e. het verschil tussen x en dit reëel getal is infinitesimaal). Dit heet het standaardgedeelte (ook wel: schaduw) van x, en wordt genoteerd met $\mathrm{st}(x)$. Dit standaardgedeelte is het supremum van alle reële getallen kleiner dan x. Om concreet te zijn, we hebben een afbeelding

$$\mathrm{st} : \mathbb{L} \to \mathbb{R};\ \mathrm{st}(x) := \sup\{r \in \mathbb{R} \mid r < x\},$$

en er geldt $x - \mathrm{st}(x) \in \mathbb{I}$ voor alle $x \in \mathbb{L}$. Verder kan je aantonen dat st een surjectieve ringshomomorfisme is, met $\ker(\mathrm{st}) = \mathbb{I}$.

Differentiëren

We kunnen nu de afgeleide van een reëelwaardige functie in een punt karakteriseren in termen van infinitesimalen. Er kan aangetoond worden m.b.v. het overdrachtsprincipe, dat een afbeelding $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differentieerbaar is in een punt $x \in \mathbb{R}$ met afgeleide $c \in \mathbb{R}$, dan en slechts dan als er voor elke infinitesimaal h ongelijk aan nul, geldt

$$\mathrm{st}\left(\frac{{}^*f(x+h) - {}^*f(x)}{h}\right) = c.$$

We kunnen dit toepassen op het polynoom

$$f : x \mapsto x^n.$$

Neem een infinitesimaal $h \in \mathbb{I} \setminus \{0\}$. Dan zien we dat

$${}^*f(x+h) = (x+h)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} h^k$$

m.b.v. het binomium van Newton en het overdrachtsprincipe. Dus $({}^*f(x+h) - {}^*f(x))/h = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k+1} x^{n-k-1} h^k$. Merk op dat het deel $\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k+1} x^{n-k-1} h^k$ infinitesimaal is! Dus $\mathrm{st}(({}^*f(x+h) - {}^*f(x))/h) = nx^{n-1}$. Omdat dit geldt voor elk infinitesimaal $h \in \mathbb{I} \setminus \{0\}$, zien we dat $f'(x) = nx^{n-1}$; wat we natuurlijk al wisten.

Niet-standaardanalyse in de moderne wiskunde

Het makkelijke van de karakterisering van differentieerbaarheid zoals hierboven, is dat er geen 'epsilon-management' bij komt kijken. Argumenten in analyse gebruiken vaak kleine kwantiteiten, 'epsilon- en deltaatjes', die vaak zo worden gekozen om bepaalde afschattingen te krijgen. Als je niet geïnteresseerd bent in expliciete afschattingen, is het handig om heel het 'epsilon-management' gedeelte te omzeilen, en een niet-standaard argument te geven zoals we zojuist deden om de afgeleide van $x \mapsto x^n$ te berekenen. Je kan het overdrachtsprincipe gebruiken om te switchen tussen het 'standaard universum' en 'niet-standaard universum'. Deze techniek werd bijvoorbeeld gebruikt door Abraham Robinson en Allen Bernstein om een gedeeltelijk antwoord te geven op het invariante deelruimteprobleem. In het betreffende artikel wordt een niet-standaard uitbreiding van de complexe getallen, ${}^*\mathbb{C}$, geconstrueerd. Dit gaat min of meer op dezelfde manier als de constructie van ${}^*\mathbb{R}$, zoals we net hebben gedaan.

Een uitgebreide presentatie van niet-standaardanalyse vind je in het boek *Lectures on the Hyperreals* van Robert Goldblatt (dit stukje is hierop gebaseerd). Verder heeft Terence Tao een aantal blogartikelen aan dit onderwerp gewijd.

Stuur 't Im!

Im Aginair

> Ik verwar de woorden aubergine en courgette altijd. Weet jij een goed ezelsbruggetje om te onthouden welke groen is en welke paars?
>
> Een aggressief groenteliefhebber

Lieve groenteliefhebber,

Ik heb er een hoop historie op na moeten slaan, maar ik denk dat ik het ezelsbruggetje heb gevonden waarnaar je opzoek bent!

In de Franse streek Dordogne heb je de gelijknamige rivier Dordogne die op een zeker punt wordt overspannen door le pont d'âne, *oftewel, de ezelsbrug. In vroeger tijd werd deze brug veel gebruikt door landlopers, die meestal met een volgeladen pakezel onderweg waren. Aan de noordelijke oever van de Dordogne, vlak naast de pont d'âne, staat een zogeheten auberge (een soort herberg). In de volksmond wordt de vrouw des huizes van zo'n auberge de Aubergine genoemd. In de jaren '20 werd de betreffende auberge beheerd door een Aubergine die altijd een paars viooltje achter haar oor stak. Welnu, de groente aubergine is ook paars.*

Een lieftallige wuif,
Im Aginair

> Ik merk de laatste tijd op dat veel dingen toevallig gebeuren. Gisteren gooide ik bijvoorbeeld mijn collectie 10-Yen-muntjes op de vloer in de woonkamer, en landden die precies zo, dat de coördinaten van de vierde hole van de golfbaan in Mar-a-Lago op de vloer lagen. Dit was natuurlijk volledig toeval!
>
> Maar dit soort toevallige gebeurtenissen zullen vast niet altijd zo veelvoorkomend zijn geweest. Wat is eigenlijk de geschiedenis van het toeval?
>
> Daan Rijks

Geachte meneer Rijks,

De geschiedenis van het toeval is lang en veelomvattend. Ik zal trachten er een korte samenvatting van te geven, hoewel je er een volledige studie aan zou kunnen besteden.

Het eerste voorkomen van een toevalligheid was zo'n 13,7 miljard jaar geleden. Alles was geheel ontoevallig tot bijkans dit opmerkelijke voorval plaats vond. We hebben zelfs een naam voor deze gebeurtenis: De Oerknal.

Het duurde daarna een paar miljard jaar voor het toeval weer toesloeg. Ergens in de rommel die na de Oerknal was achtergebleven, was een soort bol van verschillende soorten vuil ontstaan. En op die bol ontstond er geheel toevallig iets wat we "leven" noemen.

Nu blijkt dat leven en toeval hand in hand gaan, dus sinds deze toevallige gebeurtenis is het toeval aan zijn opmars begonnen. De reden dat jij de laatste tijd steeds meer toevalligheden meemaakt is dat toeval in de laatste eeuwen snel toeneemt (ongeveer net zo snel als de menselijke bevolkingsgroei van de planeet aarde).

Een knieval,
Im Aginair

> Hoi Im,
> De zogeheten "grootste theepot ter wereld" staat in Chester, West-Virginia en is 4.3 meter groot. Is dat echt groter dan de theepot op Hoog-Catharijne?
> Liefs, Sophie

Hoi Sophie,
Om een lang verhaal kort te houden, blijken reuzentheepoteigenaren het niet te waarderen als je midden in de nacht hun constructie opvult met kokend water, maar uiteindelijk kon ik met de Chesterse theepot ongeveer tweehonderdduizend kopjes thee zetten. Met de Hoog-Cathaarse theepot had ik de miljoen al gepasseerd, voordat de bewaking me wegsleepte.

De titel van de Chesterse theepot blijkt dus onwaar. Daarom heb ik een hartelijke uitnodiging verstuurd aan de beheerders van beider theepotten, om hun marketingstrategieën correct te maken. Dit uiteraard onder het genot van een kopje thee, want ik moet nog minstens een miljoen kopjes zien op te maken.

Een ferme handdruk,
Im Aginair

Van Sacha:
Is de Minnaerthal een atrium of een patio?

(Voor de lezer die de verwijzing niet kent: dit refereert naar het Borgesiaanse werk Minnaertgebouw Universiteit Utrecht, *dat zich voordoet als fotoboek gemaakt als reclame in opdracht van een architect. Hierin wordt het fictieve Minnaertgebouw gepresenteerd, dat alle excessen van de moderne architectuur in een verschrikkelijk geheel weet te wikkelen. De combinatie van surrealistisch woordengebruik ("de rillen doen de negges bollen") en onmenselijke ontwerpen (koeienhuiden in de kantine om kroketteneters te wijzen op de dierenmoord door hen veroorzaakt) brengt een dystopie tot leven wier inwoners alleen gericht zijn op prestige aantonen door het tegenovergestelde van hun taken uit te voeren: de auteur gebruikt onbegrijpelijke woorden om zichzelf te verheffen boven de in het duister gelaten lezer, de architect ontwerpt op onnavolgbare wijze slechts doordat niemand het ooit zou willen navolgen, en de universiteit geeft alleen om inhoudsloze constructie, terwijl onderzoek en onderwijs haar koud laat. Verkrijgbaar bij de betere esoterische boekenhandel. — I.A.)*

Beste Sacha,
De Minnaerthal wordt gepresenteerd als een gigantische holte in het hart van het Minnaertgebouw, bedoeld voor het herbergen van iedereen op de universiteit die niets beters te doen heeft. In het gebouw zijn een aantal gaten in het dak gemaakt, waardoor de regen vrijelijk naar beneden stroomt in een vijver. Deze gaten zijn echter zo ontworpen dat ze geen zonlicht doorlaten. Het effect is dat de hal, door de fictieve auteur beschouwd als verzamelplaats voor iedereen, voor de fictieve werkelijkheid een donkere vochtige grot vormt.

Op uw vraag of dit nu een atrium of patio is, moet ik helaas ontkennend antwoorden. In de bouwkunde slaat de term 'atrium' weliswaar op een grote centrale ruimte waarin ook een vijver gevoed met regenwater staat, maar de Minnaerthal is op theologische gronden volkomen ongeschikt als atrium. Zoals ons aller vriendin Wikipedia het zegt: "[An atrium provides] light and ventilation to the interior."[1] Het licht is duidelijk afwezig, en het is de vraag of de permanente staat van luchtvochtigheid zou bijdragen aan de ventilatie in een werkelijkheid geworden Minnaertgebouw.

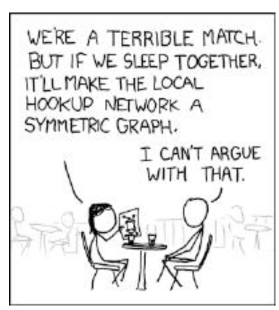
Om dezelfde redenen kan de Minnaerthal geen patio zijn, immers "zijn de beslotenheid en het privékarakter van belang" bij een patio.[2] De kolossale vorm van blinde muren die elk miniem geluid reflecteren en de watervallen versterken tot een hels kabaal. De grote horden studenten die erdoorheen lopen en de afwezigheid van enige menselijke maat zorgen samen voor louter vervreemding.

In de Newspeakachtige taal van de architect wordt de Minnaerthal een tarra*-ruimte genoemd, een woord wat onder andere betekent "overschot" of "afval". Mijns inziens is het woord tarra precies juist gekozen voor deze donkere onmenselijke holte. Jullie UU-studenten hebben geluk dat jullie niet zo'n architectonische misstand in de voortuin hebben staan!*

Een knikje,
Im Aginair

Beste Im,
Vaak hoor ik mijn huisgenoot seks hebben (ook een A–Eskwadrater), maar ik durf niet zo goed te vragen of ik mee mag doen. Hoe kan ik dit het best vragen?

Geacht anoniempje,
Bij onderzoek naar de romantische en seksuele gewoonten onder bètastudenten stuitte ik op de volgende afbeelding die herkenbaar schijnt te zijn.



CC-BY-NC 2.5, `https://xkcd.com/403/`

Wie weet, helpt een vergelijkbare strategie ook in dit geval.

Een ondeugende knipoog,
Im Aginair

[1]English Wikipedia, lemma *Atrium*, `https://en.wikipedia.org/wiki/Atrium_(architecture)`; revisie van 2 februari 2018.
[2]Nederlandstalige Wikipedia, lemma *Patio*, `https://nl.wikipedia.org/wiki/Patio`; revisie van 2 februari 2018.

Fictioneel tijdreizen

Marlien Wennekes

In de fictie wordt al tientallen jaren veel geschreven over tijdreizen. Denk bijvoorbeeld aan aan de populaire films *Back to the Future*, *Terminator* en *Harry Potter*. In alledrie speelt tijdreizen in meer of mindere mate een rol, maar er zit verschil in het idee erachter en de manier waarop het toegepast wordt. Bij een aantal fictionele werken zal ik ingaan op de theorie achter het tijdreizen, wat voor rol het speelt in het verhaal en hoe er met paradoxen omgegaan wordt. Pas op voor spoilers...

Het eerste fictionele werk over tijdreizen, of in ieder geval het eerste dat bekend werd, kwam in 1895 uit. Dit was *The Time Machine*, geschreven door H.G. Wells. Daarom wordt hij ook wel de ‘Shakespeare van de sciencefiction’ genoemd. Het plot is simpel, maar in die tijd revolutionair: Een Engelse wetenschapper, “de Tijdreiziger”, heeft een tijdmachine gebouwd waarmee hij door ‘de vierde dimensie’ kan reizen. Daarmee gaat hij ver de toekomst in, waar hij de Eloi tegenkomt, een vreemde soort van geëvolueerde mensen, lui en zwak geworden door techniek. Ook komt hij ondergronds Morlocks tegen. Zij vormen de arbeidersklasse en zijn verantwoordelijk voor het in stand houden van het paradijs waarin de Eloi wonen.

H.G. Wells gebruikte het tijdreisfenomeen dus onder andere als uitlaatklep voor zijn socialistische politieke overtuiging, in de achtergrond van de industriële revolutie en het ontstaan van de arbeidersklasse daardoor. Waar ik het nu echter over wil hebben, is het tijdreizen waar H.G. Wells dus de bedenker van is. Zijn idee is daarna vaak toegepast in andere boeken en films. Denk aan de populaire Britse tv-serie Doctor Who. In die serie zijn er een aantal keer verwijzingen geweest naar H.G. Wells, onder andere specifiek naar The Time Machine,[1] maar ook naar zijn andere bekende boek The War of the Worlds. The Doctor komt op een van zijn reizen H.G. Wells zelf tegen, en met zijn TARDIS[2] wordt hij afgebeeld als de bron van H.G. Wells’ eerdergenoemde boeken.

Wat H.G. Wells echter niet beschreef in The Time Machine, was een reis naar het verleden. Mogelijk durfde hij dat niet aan vanwege de complicaties die daarbij komen kijken. Door in het verleden te reizen kan namelijk de toekomst (dus het heden) veranderd worden. Een risico is dat je dan met paradoxen te maken krijgt. In latere fictionele werken

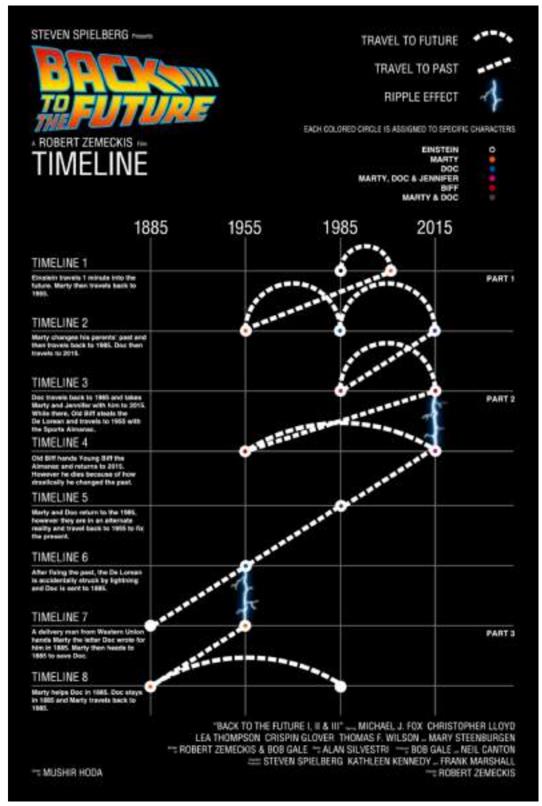
[1] De zevende Doctor wordt afgebeeld terwijl hij The Time Machine leest. Later leest hij in zijn achtste incarnatie verder.
[2] De tijdmachine van The Doctor en afkorting voor Time And Relative Dimension In Space.

over tijdreizen is dit een veelvoorkomend thema. Denk bijvoorbeeld aan Back to the Future, wanneer Marty McFly in zijn reis terug naar 1955 bijna zijn eigen geboorte ongedaan maakt.[3] In de film weet Marty natuurlijk het tij weer te keren. Maar stel dat Marty nooit geboren was geweest, hoe had hij dan überhaupt zijn geboorte kunnen voorkomen?

Deze gedachte leidt tot een cirkelredenering waarin Marty tegelijkertijd dood en levend is. Een verklaring kan zijn dat Back to the Future aan parallelle tijdlijnen doet. Zie figuur 1. Volgens deze theorie verdwijnt Marty uit tijdlijn 1 om in tijdlijn 2 in 1955 aan te komen, waar alles nog mogelijk is en zo zijn eigen bestaan nog niet vaststaat. Een probleem met deze theorie is dat wanneer Marty 'terug' naar 1985 gaat, Marty uit tijdlijn 1 in het 1985 van tijdlijn 2 is beland en in die tijdlijn er dus een extra Marty is. Je zou namelijk verwachten dat hij 'terug' in 1985 zichzelf, de Marty geboren in tijdlijn 2, tegen zou komen. In de film is hij echter geen kopie wanneer hij terug in 1985 is en belandt hij daar simpelweg in een nieuwe, betere versie van zijn oude leven. Ook is het idee in strijd met het feit dat de originele Marty in de film langzaam begint te verdwijnen wanneer hij, zoals eerder vermeld, het verliefd worden van zijn moeder op zijn vader per ongeluk voorkomt.

Het idee achter Back to the Future is dat de oude tijdlijn vernietigd wordt, telkens wanneer er door een reis naar het verleden een nieuwe tijdlijn gecreëerd wordt.[4] Wanneer Marty naar het verleden reist, wordt hij dus geen kopie van zichzelf in een andere tijdlijn, maar is hij zichzelf in die tijdjin. De geboorteparadox blijft dan een probleem. Verder heeft Marty het leven van zijn ouders en dus van zichzelf zo drastisch veranderd met zijn reis naar 1955, dat hij eigenlijk niet meer dezelfde persoon kan zijn. Maar als Marty terug komt in 1985, is hij zelf verbaasd over hoe zijn omgeving veranderd is en heeft hij dus niet dezelfde herinneringen als zijn ouders. Marty verandert dus gek genoeg niet zichzelf door het verleden aan te passen. Er zijn zo nog heel wat tegenstrijdigheden aan te wijzen.

Natuurlijk is dat ook wel te verwachten in een komediefilm over tijdreizen. Het leuke aan Back to the Future is juist dat de makers de paradoxen van tijdreizen gewoon negeren en het hoe en wat voor de kijker open laten. Eigenlijk gebruiken ze gewoon de elementen van tijdreizen die het juiste effect opleveren voor het verhaal. De focus ligt dus op het maken van een goede familiefilm, en daarin zijn de films zeker succesvol.



Figuur 1 *Interpretatie van Back to the Future met verschillende parallelle tijdlijnen.*

Een ander voorbeeld waarin tijdreizen naar het verleden een voorname rol speelt, is in de Terminatorfilms. In de originele Terminator staat een toekomst centraal waarin Skynet, een vorm van kunstmatige intelligentie, zelfbewust wordt en dan besluit dat het het beste is om de mensheid uit te roeien.[5] Skynet heeft daarnaast controle over nucleaire wapens in de VS en (in het licht van de Koude Oorlog) begint Skynet een lancering richting Rusland. Een te-

[3] Dit doordat zijn moeder na enigszins absurdistische omstandigheden verliefd wordt op Marty "Calvin Klein" McFly, in plaats van zijn vader.
[4] Dit wordt door Doc Brown toegelicht in Back to the Future II.
[5] De grootste bedreiging voor de mens is immers zichzelf.

genaanval richting de VS is het gevolg en zo worden Skynets vijanden, of bijna de gehele menselijke bevolking, uit de weg geruimd. Robots hebben de macht overgenomen. Wanneer deze "dag des oordeels" afspeelt, verschilt in verschillende tijdlijnen in het Terminator-universum, maar was oorspronkelijk in 1997. De overlevenden van deze ramp beginnen, onder leiding van John Connor, een opstand tegen de robots.

Dan besluit Skynet om de rebellie uit te wissen door, en nu komt het, John Connors moeder door middel van tijdreizen in 1984 te vermoorden zodat John nooit geboren zou zijn. Dus Skynet stuurt een Terminator (Arnold Schwarzenegger) naar het verleden om Sarah Connor te termineren. Daarop stuurt John Connor de soldaat Kyle Reese naar het verleden om zijn moeder te beschermen. En natuurlijk kunnen Kyle en Sarah het goed met elkaar vinden en zo wordt Sarah zwanger van kleine John.

Dus John Connor veroorzaakt zijn eigen geboorte door Kyle terug in de tijd te sturen om zijn moeder te redden. Hoe dan?! Hoe is het mogelijk dat John Connor zijn eigen geboorte veroorzaakt? Dit is weer te benaderen met parallelle tijdlijnen. Een theorie is dat de originele John een andere vader had en dat in de tweede tijdlijn met Kyle Reese in 1984 er een nieuwe John ontstaat, die een andere vader heeft maar hetzelfde lot heeft als de originele John. Die John zou dan niet eens per se een man hoeven zijn.

Hoe dan?!

Het ligt ook voor de hand om in plaats van ervan uit te gaan dat de originele tijdlijn telkens vernietigd wordt wanneer er naar het verleden gereisd wordt, uit te gaan van meerdere bestaande parallelle tijdlijnen. Zo verschilt bijvoorbeeld de dag des oordeels in verschillende tijdlijnen. Het verschuiven van die gebeurtenis wordt veroorzaakt door inmenging vanuit de toekomst door tijdreizen naar het verleden. Dus als de originele tijdlijn blijft bestaan, blijft er een reden om in te mengen in het verleden, bijvoorbeeld om Kyle Reese terug naar het verleden te sturen. Dit is dus eigenlijk dezelfde reden waarom parallelle universa in Back to the Future aantrekkelijk leken.

Echter lijken de Terminatorfilms zelf meer te sturen naar het idee van voorbestemming oftewel het lot. Kyle Reese was dus altijd al Johns vader. John stuurde hem naar het verleden omdat dat zijn lot was. Er is sprake van een soort lus in de tijd. De toekomst ligt dus vast volgens deze theorie. Of in ieder geval, dat specifieke deel van de toekomst.[6] Zoals gezegd, de dag des oordeels verschuift steeds. Een belangrijk thema in de Terminatorserie is de vraag of de overname van de macht door Skynet onvermijdelijk is of niet. Is er sprake van een onvermijdelijk lot? Een antwoord op deze vraag zou natuurlijk het einde van de Terminatorserie betekenen.[7]

In de Harry Potterboeken en -films speelt tijdreizen met behulp van een tijdverdrijver (Engels: *time turner*) slechts een bescheiden rol. J.K. Rowling gaat voorzichtiger om met de tijd in de Harry Potterserie dan de scriptschrijvers van de voorgaande films en benadrukt in de boeken de mogelijke gevaren van het veranderen van het verleden. Hermelien gebruikt een tijdverdrijver om extra lessen te kunnen volgen. Het wordt interessant wanneer zij en Harry de tijdverdrijver gebruiken om Hagrids hippogrief en Sirius Zwarts te redden. Tijdens een ingrijpende scène moet Harry zijn originele zelf redden van een dementor. Dit is iets wat in feite al gebeurd was; alleen wist Harry toen nog niet dat hij het zelf was die hem gered had. Zo wordt duidelijk dat ook het feit dat de hippogrief en Sirius gered worden eigenlijk al vast stond. Dit lijkt op de lus in de tijd die van Kyle Reese John Connors vader maakte. Een duidelijk verschil is dus dat in Harry Potter we eerst al zien hoe Harry gered wordt waardoor blijkt dat tijdreizen niet echt het verleden verandert, maar eerder een uitvoering is van wat natuurlijk al gebeurd is.

Er zijn duidelijk terugkomende elementen in het tijdreizen in de fictie. Zo wordt er graag met (het voorkomen of veroorzaken van) geboorte en dood gespeeld. Andere tijdlijnen worden gecreëerd waarin duidelijk wordt hoe verschillende beslissingen in het fictionele universum de toekomst kunnen beïnvloeden. Soms gebeurt tijdreizen alleen om een voorbestemd lot te vervullen. Als het echt nodig is, kunnen we echter meestal toch opeens het lot veranderen in een volgende film. Het is natuurlijk fictie, dus met andere woorden: alles is mogelijk!

[6] In Terminator 2: Judgment Day zegt Sarah Connor: "There is no fate but what we make for ourselves."
[7] Er zijn plannen voor een zesde Terminatorfilm in 2019.

ADVERTORIAL

Rijks ICT Traineeprogram (RITP): Interview met David Lautenschutz

Wie ben ik?
David Lautenschutz, 25 jaar en woon in Utrecht. Ik heb een bachelor informatiekunde en een master Business Informatics aan de UU behaald.

Wat houdt het RITP in?
Het Rijks-ICT traineeprogramma is een traineeprogramma van de Rijksoverheid bedoeld om jonge afgestudeerden kennis te laten maken met de Rijksoverheid als ICT-werkgever. De Rijksoverheid omvat de ‘centrale overheid’, d.w.z. de ministeries en de uitvoeringsorganisaties die onder de minister vallen. Het RITP is gestart in 2016. Je voert in 2 jaar werkzaamheden uit op 3 plekken binnen de Rijksoverheid. Verder volg je opleidingen en krijg je opdrachten om uit te voeren samen met medetrainees.

Waarom het RITP?
Ik had de Rijksoverheid niet overwogen als werkgever, maar werd benaderd via Linkedin, waardoor mijn interesse werd gewekt. Ik vind het in mijn werk belangrijk om naar een doel toe te werken en niet zoveel mogelijk omzet te genereren. Bij de Rijksoverheid krijg ik de kans om bij te dragen aan een beter Nederland door middel van ICT en informatievraagstukken, een mooi aspect van mijn werk. Het RITP is voor starters die graag willen werken aan ICT vóór Nederland, de publieke zaak willen dienen & de Rijksoverheid willen leren kennen. Je hoeft geen technische opleiding gevolgd te hebben, belangrijker is dat je aantoonbare affiniteit hebt met ICT.

Hoe is het om te werken als ICT-trainee?
Het RITP is nog jong, daarom is er veel ruimte voor eigen inbreng. Veel mensen denken dat de Rijksoverheid stoffig is, maar dit is niet het geval. Er gebeurt veel en er is tijd voor borrels en andere activiteiten. Ik drink wel veel koffie dus dat beeld klopt. Verder heeft de Rijksoverheid goede arbeidsvoorwaarden en is flexibel qua werktijden. Er lopen momenteel veel projecten om Rijksambtenaren overal te kunnen laten werken op flexplekken of thuis. Ook SSC-ICT werkt hieraan mee.

Waar heb je allemaal gewerkt?
Mijn eerste opdracht was bij SSC-ICT, een uitvoeringsorganisatie binnen de Rijksoverheid voor shared ICT-dienstverlening. Hier was ik projectondersteuner bij een project om de ICT van een nieuw Rijkskantoor in te richten. Hierbij coördineerde ik o.a. het klantcontact en zorgde voor verslaglegging & actiepunten. Mijn tweede opdracht was bij het Ministerie van VWS om het i-bewustzijn te versterken bij de directie Langdurige Zorg. Dit hield in om mensen meer bewust te maken van de informatievraagstukken die spelen in de zorg en de samenwerking te verbeteren met de directie Informatiebeleid. Leuk aan deze opdracht was dat deze ging over informatievraagstukken op beleidsniveau, zoals de vraag: ‘Welke richting willen we op in de langdurige zorg?’. Zo zie je dat ICT ook steeds meer bij de ministeries een rol gaat spelen in het dagelijks beleid, alleen op een totaal ander niveau als de techniek. Mijn derde opdracht is wederom bij SSC-ICT, bij de afdeling Architectuur. Hier ga ik mij bezighouden met de samenwerking tussen architectuur en projecten en de opzet van de Rijkskantoren, een nieuw concept binnen de Rijksoverheid om te faciliteren dat iedere Rijksambtenaar bijna overal kan werken.

Wil je meer informatie over het RITP? Mail mij: david.lautenschutz@minbzk.nl of het programmateam: ritp@rijksoverheid.nl of ga naar `https://www.werkenvoornederland.nl/starters/rijks-ict-traineeprogramma`

Hoog-, opper-, aarts-, voor-, edel-, stam-, oud-, bet-, over- en grootouders

Tim Baanen

Een van de gevaarlijkste krachten in dit universum is toch wel exponentiële groei. Denk maar aan de rente op je studieschuld, of de prijs van de stedentrips van A–Eskwadraat[1]: binnen de kortste keren zijn die onbetaalbaar. Ook mensen hebben de neiging exponentieel veel voorouders te hebben: iedereen heeft twee genetische ouders[2], dus na n generaties heb je 2^n voorouders. Als we een generatie schatten op 25 jaar, dan heb je een stuk of 800 jaar geleden al miljarden voorouders.

Uiteraard zijn niet al deze voorouders verschillend, want anders zou de wereldbevolking elke 25 jaar moeten halveren. Je kan nu gaan afvragen hoeveel incest je in je stamboom moet hebben om op de daadwerkelijke bevolkingscijfers uit te komen.[3] Je kan ook concluderen dat het binnen een paar generaties zoveel voorouders zijn dat, gegeven een willekeurige aardbewoner, de kans dat jullie een gemeenschappelijke voorouder in de afgelopen paar duizend jaar hebben, toch wel griezelig dicht bij 1 komt.

Volgens DLT Rohde, *On the common ancestors of all living humans*, hebben alle levende mensen een gemeenschappelijke voorouder die ergens tussen 2000 en 5000 jaar geleden leefde. Bovendien zou een paar duizend jaar daarvoor het identiekevoorouderpunt bereikt zijn: je kan iedereen in die generatie partitioneren in voorouders van iedereen die tegenwoordig leeft, en voorouders van helemaal niemand die nog leeft.

Nu gaat het daadwerkelijk over hoogopper-etc.-ouders

De gemeenschappelijke voorouder leefde dus hooguit een stuk of $\frac{5000}{25} = 200$ generaties geleden. Als we dit opzoeken in de Richtlijnen voor het bewerken van genealogische publicaties van de Nederlandse Genealogische Vereniging, blijkt dat de gemeenschappelijke voorouder van 200 generaties terug ook wel iedereens *opperaartsoudgrootouder* heet.

Het blijkt namelijk dat ook de namen van je voorouders met tweemachten werken. Als je je eigen stamboom maakt, dan heb je 1 generatie terug je ouders, 2 generaties terug je grootouders, 3 generaties terug je overgrootouders en 4 generaties terug je betovergrootouders. De volgende 4 generaties zijn hetzelfde maar met "oud" ervoor, dus nummer 5 is "oudouders", 6 geeft "oudgrootouders", enzovoort. De volgende 8 generaties krijgen "stam" ervoor: bijvoorbeeld generatie 11 zijn je "stamovergrootouders". De volgende 16 generaties krijgen "edel" ervoor, de volgende 32 krijgen "voor", de volgende 64 krijgen "aarts", de volgende 128 krijgen "opper" en de volgende 256 krijgen "hoog". Tellen we dit allemaal bij elkaar op, dan krijgen we de *hoogopperaartsvooredelstamoudbetovergrootouders* van 512 generaties terug.

Genealogische records

We kunnen hieruit concluderen dat iemand binnen de NGV minstens 257 generaties heeft lopen naspitten, oftewel ongeveer 6400 jaar, maar dat 513 generaties toch echt wel te gortig werden voor ze. Volgens het Guinness Recordboek is de langste bekende genealogie echter maar 86 generaties lang, en gaat over de 3 miljoen mensen die familie zijn van de Chinese filosoof Confucius.

Zelfs met moderne technieken is het (op de NGV na) nog niet gelukt om in de buurt te komen van hoogopperaartsvooredelstamoudbetovergrootouders. Een tijdje terug was in het nieuws dat er via DNA-onderzoek in Duitsland directe afstammelingen waren gevonden van mensen van zo'n 3000 jaar geleden leefden, dus dat komt ook niet veel verder 120 generaties. Tenzij het mysterieuze onderzoek van de NGV bekend wordt gemaakt, zullen we dus nog even moeten wachten tot de eerste hoogopperaartsvooredelstamoudbetovergrootouders bekend zijn.

[1] Zie ook "Een reis naar Berlijn om nooit te vergeten" in nummer 1718-3 "Paradox".
[2] Op eventuele (bovennatuurlijke) uitzonderingen na.
[3] **DOE-TIP:** hoeveel incest moet je in je stamboom hebben om op de daadwerkelijke bevolkingscijfers uit te komen?

PUZZEL

Vereeniging

Marc Houben

Maak alle gehele getallen van 80 tot en met 100 met een zo klein mogelijk aantal enen in combinatie met een eindige hoeveelheid operaties. De operaties die hierbij zijn toegestaan zijn:

- $+$ optellen
- $-$ aftrekken
- $\times$ vermenigvuldigen
- $/$ delen
- ^ machtsverheffen
- $\sqrt{}$ worteltrekken
- ! faculteit

Uiteraard mag je ook haakjes gebruiken om je constructie in één formule op te kunnen schrijven. Zo kan je bijvoorbeeld 17 schrijven als:

$$
\begin{aligned}
17 &= 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 \\
&= (1+1)^{(1+1)^{(1+1)}}+1 \\
&= (1+1+1)! \times (1+1+1) - 1 \\
&= \sqrt{\frac{((1+1+1+1)!)^{(1+1)}}{1+1}+1} \\
&= \Bigg(\bigg(\Big(\Big(\big((1+1)^{(1+1+1)}+1+1\big) \times ((1+1+1+1) \times (1+1+1) - 1)\Big) - 1\Big)^{(1+1)} \\
&\quad - (1+1+1)! \times (1+1+1) + \Big((1+1+1)^{(1+1)}\Big)! \times \Big(1+1+\frac{1}{1+1+1}\Big)\bigg) \\
&\quad \times \Big(\frac{(1+1+1+1)!}{1+1} - 1\Big)! + ((1+1+1)! - 1)! \\
&\quad \times \Big(\sqrt{\sqrt{((1+1+1)!-1)!+1} \times ((1+1+1)!)!+1} + \Big((1+1)^{(1+1+1)}\Big)! \\
&\quad \times \Big(1+1+\frac{1}{(1+1+1)^{(1+1)}+1} + \frac{1}{(1+1+1+1)! - (1+1+1+1)}\Big)\Big) \\
&\quad - ((1+1+1)!+1)\Bigg)^{\frac{1}{\sqrt{((1+1+1)!-1)!+1}}}
\end{aligned}
$$

Merk op dat de tweede oplossing hierbij beter is dan de laatste oplossing, omdat deze slechts 7 (< 88) enen gebruikt. Je kan je oplossing(en) sturen naar `vakidioot@a-eskwadraat.nl`. Je score (die je wilt minimaliseren) is het maximale aantal enen van de 21 formules. De winnaar van de puzzel “Een gezonde afweging” van vakidioot “16/17-5: Dicht” is Mike de Vries. Hij mag een prijsje ophalen in de A–Eskwadraatkamer.

8 Mathematicatips

Peter Speets

Mathematica is een heel handige taal, mits je er alleen mee doet waarvoor het bedoeld is. Meestal vinden het internet en de F1-toets wel raad voor het oplossen van problemen, maar soms moet je ook maar net weten wat mogelijk is. Daarom staan hieronder wat tips verzameld die je het leven makkelijker kunnen maken.

Tip 1: Verwijder alles

Mathematica onthoudt altijd alle variabelen die je gedeclareerd hebt, ook de variabelen uit andere notebooks die je open hebt staan. Hoewel dit geen bug is, maar een feature, is dit meestal niet wat je hebben wilt. Als je in het begin van het notebook `Remove["Global`*"]` zet, worden alle variabelen meteen bij het begin verwijderd. Zo heb je minder last van problemen als je met meerdere notebooks tegelijkertijd werkt.

Tip 2: Exporteer naar LaTeX

Het is mogelijk formules te exporteren naar LaTeX-format. Hiermee kun je Mathematica als formule-editor gebruiken voor LaTeX, als je lange, lastige of geneste formules hebt. Dit doe je door rond een expressie `TeXForm[]` te zetten. Bijvoorbeeld:

```
TeXForm[Unevaluated[ λ {{v1}, {v2}} == Dot[{{a, b}, {c, d}}, {{v1}, {v2}}]]]
```

ziet er als gecompileerde LaTeX-code zo uit:

$$\lambda \begin{pmatrix} \text{v1} \\ \text{v2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \text{v1} \\ \text{v2} \end{pmatrix} .$$

`Unevaluated[]` zorgt ervoor dat de code niet wordt uitgevoerd, voordat het naar LaTeX wordt geëxporteerd. De extra haakjes rond `v1` en `v2` zorgen ervoor dat de vectoren overeind staan en niet liggen.

Tip 3: Laad automatisch eigen functies

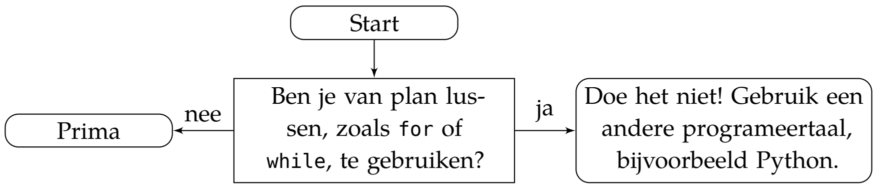
Als je zelfgeschreven functies hebt die je vaak gebruikt, kun je die in een bestand `init.m` zetten. Als je dit bestand opslaat op het pad:

```
/home/JouwNaam/.Mathematica/Autoload/EigenMapNaam/Kernel/init.m
```

```
C:\Documents and Settings\JouwNaam\Application Data\Mathematica\
Autoload\EigenMapNaam\Kernel\init.m
```

dan zal Mathematica dit bestand uitvoeren wanneer je een notebook laadt. Gebruik wel het commando `Protect[]`, anders verwijdert `Remove["Global`*"]` de zelfgedefinieerde functie weer.

Tip 4: Gebruik geen Mathematica



Om over lijsten te lopen is het commando `Map[]` vaak handiger dan rommelen met `For[]`.

Tip 5: Onthoud dit

Als je een functie aanroept met: `f[x_]:=f[x] = (expressie van de functie)` wordt het antwoord van een functie opgeslagen in het geheugen. Als de functie voor de tweede keer wordt aangeroepen, wordt hij niet meer uitgerekend, maar wordt het antwoord uit het geheugen gehaald.

Tip 6: Snel matrices invoeren[1]

Je kunt snel matrices invoeren door met `Ctr` + `,` een extra kolom te maken en met `Ctr` + `Enter` een extra rij. Je kunt op deze manier zelfs conditionele functies maken, zonder het commando `If[]` te gebruiken:

$$\theta[x\_] := \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

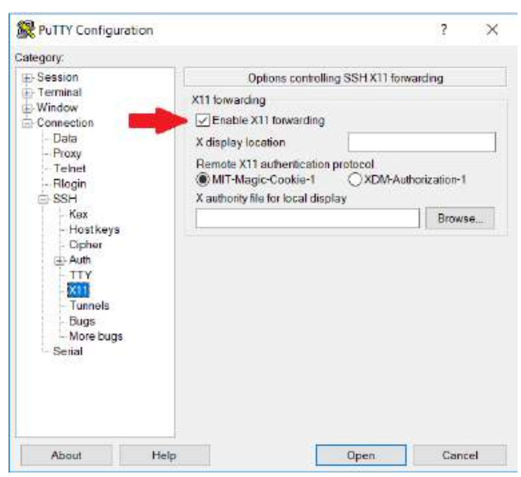
De accolade kun je maken op dezelfde manier als Griekse letters. In dit geval: `Esc` pw `Esc`.

Tip 7: Wolfram Alpha in Mathematica[2]

Als je de `=`-toets enkele seconden ingedrukt houdt, verschijnt er het volgende teken in beeld: ⊟ Alles wat je achter deze '=' zet, wordt naar Wolfram Alpha gestuurd. Dit is handig als je snel een natuurkundige constante nodig hebt.

Tip 8: Draai Mathematica op de Geminiserver

Als je op een computer werkt zonder Mathematica, kun je, als je Windows gebruikt, via Putty inloggen op de Geminiserver (`gemini.science.uu.nl`). Hiervoor moet je eerst XMing op jouw computer hebben geïnstalleerd om grafische programma's mogelijk te maken. Als je XMing hebt gestart, staat er het volgende icoon naast de klok: X. Je moet bij het starten van Putty de optie X11-forwarding hebben aangevinkt onder het tabje SSH. Je kunt dan Mathematica opstarten door gewoon `Mathematica` in de shell te typen.



[1] met dank aan Aldo Witte
[2] met dank aan Stan Oomen

De Fotostrip

* Beroemdheid binnen A–Eskwadraat. Rijkdom niet gegarandeerd