

# VAKIDUOT Kur stoti

"Ne! Jo vardas yra **Nikolaj!**"

langelyjeidotas: dabar su bloga vertimu p.5



mes įtariame, kad tai reiškia iš kairės p.11



ananasai ir kokosai p.37








nėra tokia esybė p.24



**FABRIZIO SOTTI**  
groja gitara gradientui p.13



# In dit nummer

	<b>Van de Voorzitter</b> <i>Maud Nabben</i> Voorzitter A-Eskwadraat	4
	<b>StaTostiek</b> <i>Stan Wever</i>	5
	<b>Een kijkje in het leven van... Erik Boddeüs</b> <i>Jelle Draijer &amp; Marlien Wennekes</i>	6
	<b>Verborgene Wiskunde achter Jongleren</b> <i>Rob van Heijst</i>	9
	<b>Nieuwjaarshoroscoop</b> <i>Marlien Wennekes</i>	12
	<b>De tosti-stelling</b> <i>Joris Dral</i>	14
	<b>De 31-uur durende 24-uursreis naar Londen</b> <i>Simone Lingbeek</i>	16
	<b>Buzzwoordenboek</b> <i>Justus van der Velden</i>	18
	<b>John Singer Sargent: een schandaal in de Parijse Salon</b> <i>Bart Keller</i>	20
	<b>De TeXniCie verandert!</b>	23
	<b>Archiefstukjes uitgelicht: Analyse 1 en GRATIS!</b> <i>Overleggroep Wiskunde met Eerstejaarswerkgroep en P. W. H. Lemmens</i>	24
	<b>Intuitionistische wiskunde</b> <i>Tim Baanen</i>	26
	<b>Woordgraptogram</b> <i>Peter Speets</i>	30
	<b>India in Review</b> <i>Jim Vollebregt</i>	32
	<b>De Fotostrip</b>	36

**Uitgave** 4 februari 2019  
**Oplage** 1790  
**Deadline** 10 maart 2019

**De Vakidoot is een uitgave van**  
 Studievereniging A-Eskwadraat  
 Princetonplein 5  
 3584 CC Utrecht

**Telefoon** (030) 253 4499  
**Fax** (030) 253 5787  
**Website** a-eskwadraat.nl/vakid  
**E-mail** vakid@a-eskwadraat.nl

Wil je de Vakidoot niet meer ontvangen of ben je verhuisd? Pas dan je gegevens aan op a-eskwadraat.nl.

#### Redactie

Erwin Kemper  
 Jelle Draijer  
 Marlien Wennekes  
 Peter Speets  
 Luuk Hekkers  
 Sam Zomerplaaag  
 Tim Baanen

#### Eindredactie

Jim Vollebregt

#### Omslag

Tim Baanen



## Redactioneel

Hallo allemaal,

Als je al langer de Vakidoot leest, is het je misschien gelijk opgevallen dat Jim deze keer niet de schrijver is van dit stukje. Hij is nog steeds de eindredacteur van de Vakidoot, maar de taak van voorzitter heb ik van hem overgenomen en daarmee ook het "Redactioneel". Ik hoop dat jullie niet al te teleurgesteld zijn. Ik heb er in elk geval zin in!

Ander nieuws: de Vakidoot is aan het vernieuwen. We hebben geluisterd naar de *Vox populi* en naar aanleiding daarvan is het is onze intentie om in komende nummers meer verschillende schrijvers te hebben en meer gericht te zijn op de vereniging. We willen bijvoorbeeld vaker interviews met actieve leden, promostukjes en reviews voor A-Eskwadraatactiviteiten en puzzels (want die zijn gewoon leuk) in de Vakidoot plaatsen. Dus, mocht je interesse hebben om zo'n dergelijk artikel te schrijven, of gewoon iets compleet willekeurigs, schroom dan niet! Je kunt ook laten weten wat je van de vakidoot vindt via de enquête — je vindt hem met de QR-code hiernaast.

Voor degenen onder ons met een panische angst voor verandering; maak je geen zorgen, we zijn (nog) niet gedegradeerd tot roddelblad. We plaatsen natuurlijk nog altijd veel inhoudelijke (vak-) en ludieke (idiot-) artikelen.

Veel leesplezier!

Marlien Wennekes  
*Voorzitter van de Vakidoot*



# Van de Voorzitter

Maud Nabben

Voorzitter A-Eskwadraat



Lieve lezer,

We zijn alweer over de helft van het collegejaar, wat gaat dat snel! Het is op het moment van schrijven alweer bijna lunchtijd. Voor bestuursleden is dit een groot begrip, aangezien voor hun lunchtijd ergens tussen 11:00 en 16:00 ligt. Ik heb zelf al best wel zin in een tosti. Helaas mogen we dat van de universiteit niet maken in de kamer. Ik ben dus eigenlijk niet zo blij met het thema van deze

Vakidoot, want nu heb ik honger.

Ik vroeg me af waar de tosti eigenlijk vandaan komt. Het blijkt dat deze van de Franse croque monsieur afkomstig is. Dat klinkt niet echt van deze tijd. Er is ook een croque madame en croque cheval, maar waar is de tosti voor genderneutrale mensen? En de tosti voor (of van?) andere dieren? Kunnen paarden eigenlijk wel tosti's eten of gaan ze dan dood? We hebben helaas geen paarden die lid zijn van onze mooie vereniging, dus we zullen er nooit achter komen. Gelukkig is er wel een TostiCie, die aan alle wensen van monsieurs, madames en alle andere genders voldoet. Zo hebben ze al een tosti frikandel speciaal, een tosti banaan én een tosti met truffelmayonaise gemaakt.

Door de (her)opening van het Minnaert heeft de Vagant helaas plaats moeten maken voor gras en zand. Dit betekent voor ons dat wij tijdens borrels niet meer kunnen genieten van de geweldige tosti's die de commissie maakt. De tosti-ijzers mogen niet worden aangesloten in verband met brandgevaar. Gelukkig doet de TostiCie daar zelf niet moeilijk over, en maken ze nu veel andere dingen zoals pannenkoeken of kaas-en-vleesplankjes.

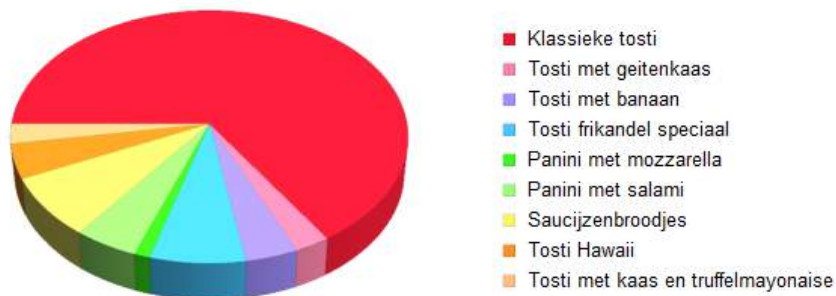
Naast de TostiCie hebben we natuurlijk ook nog veel andere commissies, zoals de fantastische commissie die elke keer dit blad maakt! Wil jij ook zo fantastisch zijn? Stuur dan een mailtje naar [actief@eskwadraat.nl](mailto:actief@eskwadraat.nl) of spreek je favoriete bestuurslid aan in de kamer.

Maud  
Voorzitter A-Eskwadraat

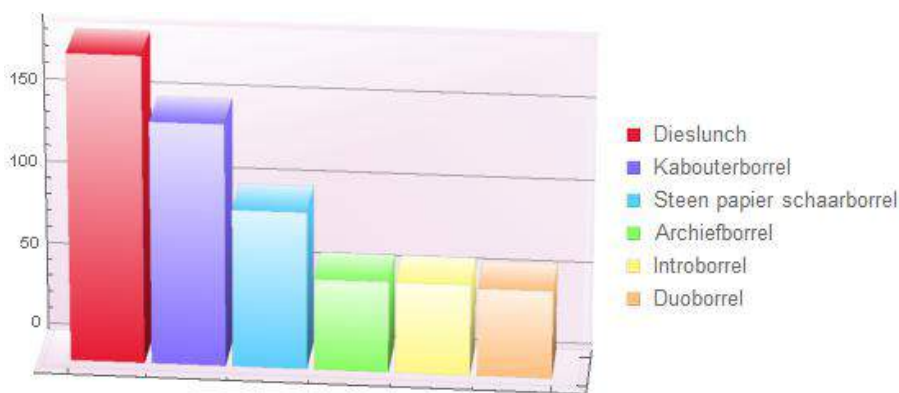
# StaTostiek

Stan Wever

Als het thema van de Vakidioot Tosti is kan een stukje van de enige echte TostiCie niet ontbreken. Het is alweer ruim een jaar geleden dat wij als commissie zijn opgericht. Een mooi moment om terug te kijken op ons eerste bestaansjaar. Hoe kun je dit beter doen dan door twee dingen samen te voegen waar iedereen van houdt: tosti's en statistiek, oftewel StaTostiek. Hiervoor ben ik op zoek gegaan naar informatie. Ik heb de facturen die de TostiCie naar de BBCie stuurt bekeken met daarnaast alle geplaatste bestellingen. Hiermee kon ik achterhalen hoeveel tosti's afgelopen jaar zijn gemaakt. Dit waren in totaal wel 1648 tosti's! De meeste hiervan waren klassieke tosti's met ham en/of kaas. Dit waren er in totaal 1111 (wat een mooi getal). Daarop volgen de saucijzenbroodjes en de tosti frikandel speciaal respectievelijk met 131 en 119 gemaakte snacks. Alle resultaten heb ik samen in een mooi cirkeldiagram gezet (zie figuur 1). Op de Tostilunch in Dies zijn de meeste tosti's gemaakt, namelijk wel 185 tosti's. Bij de Duoborrel zijn de minste tosti's over de toonbank gegaan met een magere 53 tosti's. Het gemiddelde aantal bereide tosti's per borrel lag op 79. We hopen natuurlijk dit jaar ons record te verbreken. Dit wordt alleen heel erg lastig aangezien we geen tosti's meer mogen maken in de MiBoKa van het gebouwbeheer. Een nieuw record laat waarschijnlijk dus nog wel een jaartje op zich wachten.



**Figuur 1** Gemaakte tosti's uitgesplitst naar smaak.



**Figuur 2** Gemaakte tosti's per activiteit.



# Een kijkje in het leven van... Erik Boddeüs

Jelle Draijer & Marlien Wennekes

In maart brengt A-Eskwadraat weer een toneelstuk uit. Een goed moment om Erik Boddeüs, de regisseur, eens te interviewen. Wie is hij en wat motiveert hem? We zochten het voor u uit! We waren uitgenodigd voor een Italiaans diner bij hem thuis. Hij woont in een oud pand dicht bij het centrum.



*We vroegen Erik voor ons te poseren met iets uit zijn kamer dat veel voor hem betekent. Dat was zijn Takkie-knuffel.*

**Zo zo, leuk optrekje! Hoe lang SSH is dit?**

5 jaar.<sup>1</sup>

**Wie ben je? Hoeveel ervaring heb je met toneel?**

Ik ben op mijn 14e begonnen op de jeugdtonielschool, dus ondertussen heb ik al zo'n 10 jaar toneelervaring. Ik heb een jaar theater gestudeerd aan de HKU. Dus dat is spelen, regisseren en ook je eigen stuk schrijven. Maar daar ben ik dus mee gestopt.

**Waarom?**

Ik vond het toch te weinig denkwerk.

**Zelfs bij het schrijven van een stuk?**

Ja, maar daar werd dan ook niet heel serieus naar gekeken. Wel heel gezellig verder.

**In tegenstelling tot? Heb je spijt dat je ermee gestopt bent?**

We zagen Erik graven in zijn geweten. Hij geeft toe misschien niet evenveel talent voor natuurkunde als voor het toneel te hebben, maar bij natuurkunde houdt hij van de manier van denken en de puzzels. Dit blijkt ook wel uit zijn grote voorraad rubikscubes.

**Hoe vaak heb je meegedaan aan het toneel van A-es?**

Even denken... In mijn eerste jaar deed ik mee aan 'Don Juan'. Het tweede jaar regisseerde ik 'Lang en Gelukkig'. Het derde jaar deed ik niet mee. Het vierde speelde ik in Brave New World en dan dit jaar dus weer regisseur.

**Waarom deed je het derde jaar niet mee?**

Ja, dat jaar was 'Phantom of the Opera'. Ik hou niet van musicals.

Duidelijke taal. Erik weet wat hij wil op het toneel. Vandaar dat hij altijd de hoofdrol kreeg bij A-es. En dat is niet alles. Erik doet namelijk ook nog aan theatersport. Dat is improvisatietheater met wedstrijdelement. Vorig jaar nog heeft hij met zijn team het nationaal studentenkampioenschap

<sup>1</sup>Later op de avond krijgen we te horen dat Erik met hetzelfde aantal mensen in de zoenboom staat.

gewonnen.

**Wow! En heeft hij verder nog prijzen gewonnen?**

Ja, eentje nog. Voor het jongleren en diabloën op het theaterfestival Noorderzon.

**Ben je daar dan ook al goed in? Erik?**

Ja, sorry ik was even afgeleid. Nou, sinds Rob<sup>2</sup> bij A-eskwadraat zit, durf ik dat eigenlijk niet meer te zeggen.

**En als je klaar bent met je studie, zou je dan liever iets met theater doen of meteen een baan met je diploma Natuurkunde zoeken?**

Ja, daar heb ik nog niet echt over nagedacht, maar ik denk iets als... Ik zou het heel leuk vinden om een baan te hebben en daarnaast dan een voorstelling te maken.

**En dan spelers zoeken die dat willen spelen?**

Nee, gewoon voor mezelf.

**Alleen jezelf? Dat jij alle rollen speelt?**

Ja, bijvoorbeeld.

**Waar zou die voorstelling dan over gaan?**

Nou, ik heb altijd al een toneelstuk willen schrijven over mensen met een umlaut in hun achternaam (zoals ikzelf). Denk aan Röntgen (die ook uit Utrecht kwam) en Schrödinger. Een umlaut komt niet vaak voor. Hier ben ik ook wel trots op.

Erik was overigens ondanks zijn achternaam niet erg goed in Duits op de middelbare school. Wel is hij een groot fan van Onze Taal. Een man naar ons hart! Ook liet hij ons een mysterieus boek van aanzienlijke dikte zien met de al even mysterieuze titel 'Opperlandse taal- en letterkunde', vol vreemde woorden als 'meetsysteem', 'draaispoelmeter' of 'eerste radiolamp'. En heeft Röntgen echt in Utrecht gewoond? Sterker nog, Röntgen wilde ook natuurkunde studeren aan de Universiteit Utrecht, maar werd afgewezen. Niet voldoende kennis van de klassieke talen. Waarop wij natuurlijk alleen maar kunnen zeggen: Dulcia non meruit, qui non gustavit amara.

**Wat voor rol speel je het liefst?**

Een oud Gronings dametje. Ik kom ook uit Groningen. Maar natuurlijk wissel ik mijn rollen ook vaak af. Je wilt niet die persoon zijn die altijd hetzelfde speelt. Wat ik in het algemeen ook nog graag wil

bereiken is overtuigend een vrouwenrol spelen. De baard moet er dan wel af.

**Wat vind je leuker: regisseur zijn, of meespelen in een toneelstuk?**

Als regisseur heb je overal mee te maken. Het decor, licht, de spelers en het verhaal... Dat vind ik heel leuk. Als ik een toneelstuk regisseur, moet het ook wel over iets gaan wat mij echt interesseert en waar ik graag mee bezig ben. Anders is het lastig om de motivatie op te brengen, omdat het toch veel tijd kost. Aan de andere kant, hou ik er ook van om toneelspeler te zijn en dan te horen krijg wat mijn rol is. Dit geeft me weer een nieuw perspectief: Hoe ziet iemand anders een rol voor zich? Wat voor ideeën hebben zij?

**Wat kan een uitdaging zijn als je een toneelstuk schrijft voor A-Es-publiek?**

Mensen komen natuurlijk vaak niet om de eerste plaats om het verhaal, maar omdat ze iemand kennen die in het stuk speelt. Ze willen dus vooral graag iets geeks zien. Het moet vooral ook grappig zijn. Soms kan het lastig zijn om het thema, bijvoorbeeld de achterliggende hartstocht, echt over te brengen. Dat heeft dus met de setting te maken, maar ook wel met het decor of het feit dat we toch amateurs zijn. Mijn voornaamste kracht ligt ook wel bij de humor in het verhaal brengen. Het is ook niet mijn pretentie om mensen iets bij te brengen, maar vooral om ze een leuke avond te bezorgen.

**Maar zou je zeggen dat het een ambitieuze voorstelling wordt?**

Ja, dat zeker. Waarschijnlijk ambitieuzer dan de voorgaande projecten. Vooral met het decor.

**Speel je liever de held of een slechterik?**

Ik heb vaak de held gespeeld, maar ik vind het eigenlijk leuker om slechteriken te spelen. Het is leuk dat je juist moet zorgen dat mensen je vervelend vinden. Je hoeft je dus geen zorgen te maken wat mensen over je denken, of ze je wel leuk vinden. Natuurlijk moet het wel overtuigend blijven. Het moet zo overkomen dat de slechterik dingen zegt, omdat hij ze echt vindt, en niet om ervoor te zorgen dat andere mensen een hekel aan hem krijgen.

**Als acteur met 10 jaar ervaring, heb je dan al een goede versiertruc ontwikkeld?**

<sup>2</sup>Rob van Heijst, zie pag. ()

Niet bepaald... Hmm, wat ik wel soms met vrienden doe, als we uitgaan, is dat we een openingszin bedenken en dan een willekeurig persoon aanwijzen tegen wie hij dit moet zeggen. Bijvoorbeeld: "Ik heb broccoli gegeten vanavond, kun je even kijken of er nog iets tussen m'n tanden zit?". Een keer werd iemand echt kwaad. Die was duidelijk niet blij met het idee dat ik een openingszin voor hem had. 'Wat denk je wel niet?' 'Ik doe toch niks verkeerd.' 'Jij hebt al heel veel verkeerd gedaan.'

**Ah, dus dan werkte de zin wel. Je had hem al bijna verleid: "Hou op met me verleiden! Straks word ik nog homo!". Wel jammer dat je iedereen altijd over versiertrucs hoort, maar niemand weet er echt één.**

Nou, ik heb er wel eentje: (Staat op). Ik ben een slak. (Gaat zitten) KRAK. (Kijkt alsof de wereld

ten onder gaat) Dat was mijn huisje. Kan ik bij jou slapen vannacht? Maar even serieus, een echte versiertruc heb ik niet. Mensen aandacht geven, er zijn. En ik probeer altijd te verrassen.

Hier werden wij even stil van. Welk toneelstuk het ook moge zijn, wij zijn er bij. Na deze woorden was het acht uur en moest Erik naar zijn repetitie theatersport.

Wie ook nieuwsgierig is geraakt naar Eriks creatieve uitspattingen, bezoek een van zijn voorstellingen! Op 15 februari speelt hij mee met zijn vereniging TSGP en in maart komt de voorstelling van A-Eskwadraat.

Daarnaast is Erik vaak in de Kamer te vinden, waar je hem altijd kan vragen of hij die Groningse dame eens na wil doen.

Voor de geïnteresseerden (lees: stalkers), zie hieronder het huis waar wij het genoegen hadden om door Erik ontvangen te worden. De donkere wolken zorgen voor een duistere ondertoon, maar we kunnen jullie verzekeren dat het binnen erg gezellig was.





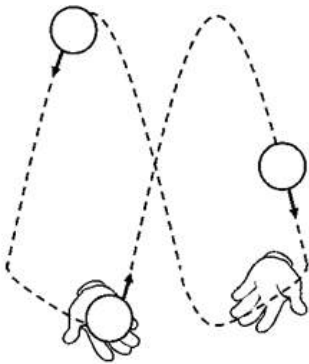
# Verborgen Wiskunde achter Jongleren

Rob van Heijst

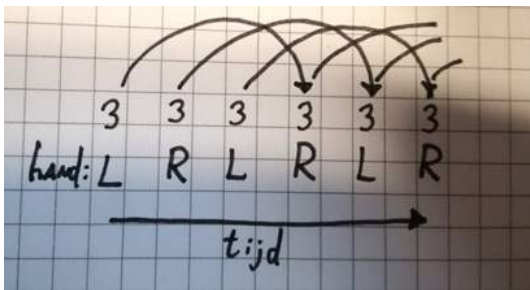
Sommige mensen ervaren jongleren als pure chaos. In werkelijkheid is jongleren dit verreweg van. Sinds de jaren tachtig gebruiken jongleurs een notatie genaamd 'siteswap' om gemakkelijker jongleerpatronen te kunnen communiceren en ontdekken. Een siteswap is een reeks getallen waaruit je kan lezen naar welke hoogtes je een bal<sup>1</sup> moet gooien en in welke hand die vervolgens weer landt. Het is aan de creativiteit van de jongleur overgelaten hoe hij deze worpen maakt. Achter zijn rug langs, over zijn schouder, balancerend op één been terwijl een kaketoer hem aanvalt. Het kan en het mag. Wiskundig gezien is dit echter allemaal totaal oninteressant. Vandaar dat we uitgaan van een eenvoudige worp naar een bepaalde hoogte.

## 1 Kennismaking siteswap

Het allereerste jongleerpatroon dat je waarschijnlijk leert, heet de cascade met drie ballen. Hierbij gooi je alternerend met je rechter- en linkerhand een bal naar de andere hand. Elke bal piekt op dezelfde hoogte (zie Figuur 1). Om potentiële paniek te minimaliseren, willen we dat er nooit meer dan één bal per tel gevangen hoeft te worden. Voor de drie bal cascade kan dit door elke bal exact drie tellen de toekomst in te werpen (zie Figuur 2)

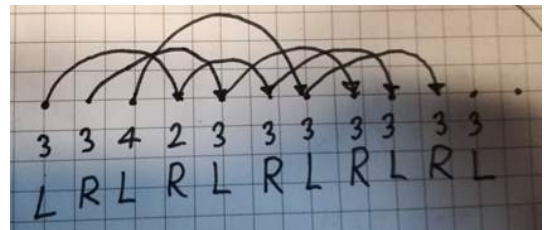


Figuur 1: Drie bal cascade.



Figuur 2: Weergave siteswap 3.

Voilà! Je kent nu je eerste siteswap! Namelijk de oneindige rij 333333... wat vaak afgekort wordt tot simpelweg 3. Met behulp van deze siteswap kunnen we een nieuwe siteswap maken. Dit kan door van twee ballen onderling te wisselen op welke tel ze gevangen zullen worden. Oftewel hun landingspositie in de tijd te swappen, waar de naam siteswap vandaan komt. In Figuur 3 staat de siteswap 42 (lees: vier twee) geïllustreerd. Merk op dat de bal die vier tellen in de lucht zowel gegooid als gevangen wordt met de linkerhand. Voor de bal die twee tellen de lucht in wordt gegooid idem dito maar dan met de rechterhand. In het algemeen worden alle even getallen naar dezelfde hand gegooid. Dit is een logisch gevolg van het alternerend met rechts en links gooien en het feit dat de ballen een even aantal tellen later weer gegooid worden.



Figuur 3: Weergave van siteswap 42.

## 2 Definitie siteswap

Niet elk rijtje getallen is jongleerbaar. We willen dat er maximaal één bal per tel gevangen wordt, en dit leidt tot de volgende definitie van een siteswap:

**Definitie 2.1.** Een siteswap van periode  $p$  is een rij van  $p$  natuurlijke getallen,  $a_1, a_2, \dots, a_p$ , met de eigenschap dat  $i + a_i \pmod{p}$  uniek is. Dat wil zeggen  $i + a_i \equiv j + a_j \pmod{p} \Rightarrow i = j$ .

<sup>1</sup>Overall in de tekst waar je 'bal' leest, mag je zelf je favoriete jongleerobject substitueren.

Deze definitie is vrij intuïtief wanneer je nagaat dat  $i + a_i$  de tel is waarop de bal wordt gevangen en je maximaal één bal per tel wilt vangen. Met deze definitie kun je nagaan dat 97531, 441 en 66660 alle drie siteswaps zijn. Het bijzondere aan 66660 is dat het een 0 bevat. Het is logisch dat siteswap geen negatieve getallen kan bevatten. Dat zou namelijk betekenen dat je een bal naar het verleden gooit. Maar wat betekent een 0 precies? Een bal naar het heden gooien? Neen, een 0 zegt dat je eventjes niks doet. Je hebt dan één tel lang een lege hand.

### 3 Eigenschappen van siteswaps

Om je rekentijd te besparen is het nuttig om vlug te kunnen zien wanneer een rij géén siteswap vormt. De rij 4321 is bijvoorbeeld geen siteswap omdat alle ballen tegelijkertijd zullen landen. Maar er is nog een reden waarom rijtjes zoals 4321 geen siteswaps zijn en die wordt gegeven in de volgende stelling.

**Theorem 3.1.** *Het gemiddelde van een siteswap is een geheel getal.*

Oftewel de som van alle getallen is deelbaar door  $p$ , de periode. Let wel op dat het gemiddelde van 321 een geheel getal is maar 321 is geen siteswap. Je ziet dus dat deze noodzakelijke voorwaarde nog niet voldoende is. Met behulp van de definitie van siteswaps kunnen we deze stelling gemakkelijk bewijzen.

*Bewijs.* Zeggen dat  $a_i + i \pmod{p}$  uniek is, is equivalent aan zeggen dat de verzameling

$$\{(a_i + i) \pmod{p} \mid 1 \leq i \leq p\}$$

gelijk is aan de verzameling  $\{1, 2, \dots, p\}$ . Oftewel de som

$$(a_1 + 1) + (a_2 + 2) + \dots + (a_p + p)$$

moet, modulo  $p$ , gelijk zijn aan  $1+2+\dots+p$ . Trekken we  $1 + 2 + \dots + p$  van beide zijden af, dan zien we dat  $a_1 + a_2 + \dots + a_p$  gelijk moet zijn aan  $0 \pmod{p}$  en dus is het deelbaar door  $p$ .  $\square$

Deze gemiddelde waarde van een siteswap is overigens gelijk aan het aantal ballen waarmee je het

jongleert! Het bewijs van deze stelling laat ik helaas achterwege door een gebrek aan ruimte en tijd.

## 4 Jongleer states

Stel dat de volgende situatie niet hypothetisch is. Je hebt een prachtige, liefhebbende levenspartner en jullie hebben afgelopen maand een gezonde drieling ter wereld gebracht. Door loop der omstandigheden ben je met je kroost gaan jongleren. Precies nadat je een baby de lucht in werpt, flitsen je levenskeuzes voorbij. Noem dit moment  $t = 0$ . Uit verlatingsangst besluit je acuut te stoppen met jongleren voordat het misgaat. Op welke tellen moet je paraat staan om een baby te vangen?

Dit vraagstuk leent zich goed als introductie voor jongleer states. Een jongleer state  $S_0$  is een oneindige rij  $v_1 v_2 v_3 \dots$  met  $v_i \in \{0, 1\}$ . Aan de rij kun je aflezen op welke tellen je een bal zult vangen, tellend vanaf het moment dat je stopt met jongleren. Als  $v_i = 1$  dan zul je op tijdstip  $i$  een bal vangen en bij  $v_i = 0$  logischerwijze niet. Als gevolg zal in elke state het aantal ballen gelijk zijn aan het aantal 1'en en eindigt elke state met een oneindige rij nullen. Bij de state  $1011^2$  zul je op de tellen 1, 3 en 4 een bal vangen en op tel 2 heb je een rustmomentje.

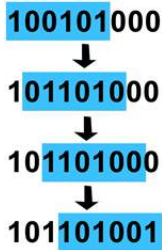
Elke worp zorgt ervoor dat je in een nieuwe state belandt. Stel dat je in de state  $S_t = v_1 v_2 v_3 \dots$  bent en je maakt een worp met hoogte  $h$ . De volgende state wordt dan

$$S_{t+1} = \begin{cases} v_1 v_2 v_3 v_4 \dots & \text{als } h=0 \\ v_2 v_3 v_4 \dots h \dots & \text{als } h>0 \text{ met de 1 op positie } h \\ & \text{(dus verduikt } v_1 \text{ bij } S_t) \end{cases}$$

Let wel op dat  $v_{h+1}$  niet gelijk mag zijn aan 1 bij de state  $S_t$ . Dit voorkomt dat ballen tegelijk landen en zo gooi je niks dat koeterwaals is.

Hier volgt een voorbeeld waarbij we de worpen 2, 0 en 6 maken vanuit de state 100101.

<sup>2</sup>Uit praktische overwegingen wordt de oneindige rij nullen niet (volledig) opgeschreven.



De state staat in het blauwe vakje. Voor illustratieve waarden hebben we de getallen links naast het blauwe vakje laten staan, maar deze horen niet meer bij de state.

### 5 Priem siteswaps

In Figuur 4 zie je een gerichte graaf die elk mogelijke state van drie ballen met maximale worphoogte 5 bevat. Door een state (knoop) en worp (kant) te kiezen, beland je in de volgende state. Elke cykel in deze graaf correspondeert met een siteswap. De rode pijlen geven de siteswap 441 aan.

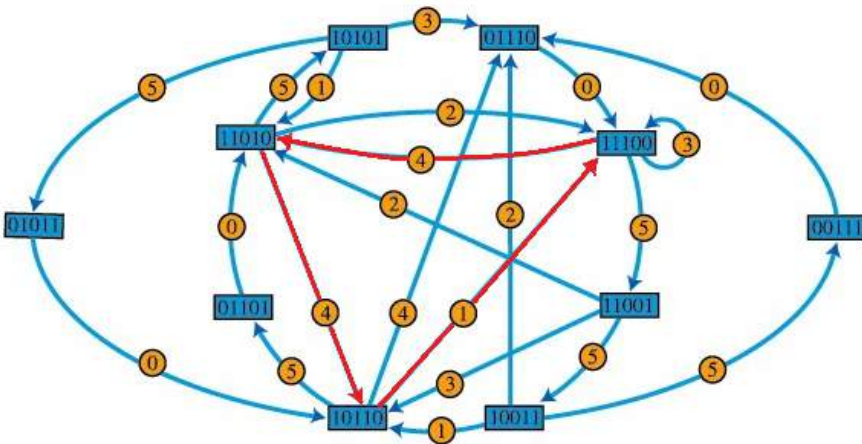
Net als bij de natuurlijke getallen kun je elke siteswap uniek ontbinden in priem siteswaps. Een

siteswap is priem als de corresponderende cykel in de graaf geen enkele state vaker dan één keer bezoekt. In de praktijk betekent dit dat je geen deelrij vaker achter elkaar kan gooien. De siteswap 441 is een voorbeeld van een priem siteswap. Daarentegen is 423 niet priem omdat het uit de priem siteswaps 42 en 3 bestaat. Zo'n siteswap wordt ook wel een composite siteswap genoemd.

### 6 Epiloog

Door gebrek aan ruimte en aan tijd moeten we helaas weer uit de wondere wereld der siteswaps stappen. Er is nog een hele hoop leuks te zeggen over siteswaps. Zo zijn er synchrone siteswaps, waarbij je niet meer alternerend gooit, maar met links en rechts synchroon. Ook is er notatie voor multiplexpatronen: hierbij gooi je met een enkele worp meerdere ballen de lucht in. Voor jongleurs met vrienden is er ook notatie waarbij je meer dan twee handen gebruikt! En er zijn nog vele stellingen en open problemen met betrekking tot siteswaps te bewijzen.

Met dank aan Anneroo's Everts en Wouter van Doorn voor hun hulp.



Figuur 4: State diagram<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>[http://juggle.wikia.com/wiki/State\\_notation](http://juggle.wikia.com/wiki/State_notation)

# Nieuwjaars

## Hor(r)o(r)scoop

Marlien Wennekes

### Waterman (21 jan. t/m 18 febr.)

⚡ Ergens in de eerste, koude maanden van 2019 zal de Waterman een lange, mysterieuze man ontmoeten. Deze man zal veelbelovend lijken. Hij duidt een nieuwe periode aan, en dan wel een goede. Laat je echter niet misleiden! Terwijl jij nog in de vakantiestemming bent, zijn voor je het weet de wittebroodsweken voorbij. Je wordt opeens verwacht tentamens te maken! Misschien wel de beste manier om hier op voorbereid te zijn, is om af en toe eens de luisteren naar deze lange, mysterieuze man. We kunnen echter geen garanties geven.

### Vissen (19 febr. t/m 20 mrt.)

♋ Voor de Vissen begint 2019 op een verrassende, maar prettige manier. Met de eerste verandering van het seizoen volgen er mogelijk wat tegenslagen. Maar Vissen geven niet gemakkelijk op, en hiervoor zullen ze in het voorjaar beloofd worden. Ze komen in een *flow* terecht en zijn niet te stoppen! Zodra de blaadjes weer van de boom beginnen te vallen, lijkt het tij echter te keren. Gelukkig keert het daarna weer gauw om, en loopt het pad van de Vis weer voorspoedig door naar het eind van 2019.

### Ram (21 mrt. t/m 20 april)


♈ Rammen nemen soms dingen een tikje te serieus. Daarom zou het misschien het beste zijn om nu op te houden met lezen. Rammen met een partner kunnen een rijk en liefdevol jaar verwachten. Wanneer er toch een donkere wolk verschijnt, wees dan niet weemoedig, maar bedenk dat na de regen, vast hopelijk wel zonnestralen volgen! In het geval van een donderslag bij heldere hemel, heb ik geen advies, maar hoop ik van harte dat je niet naast een boom of midden in een open veld staat. Rammen zonder partner kunnen volgens de sterrenhemel in 2019 maar beter vaker hun teennagels knippen.

### Stier (21 apr. t/m 21 mei)


♉ Stieren houden erg van *haute cuisine*. Ze houden ervan om te experimenteren in de keuken. Naast de klassieke (ham-)kaas-tosti met ketchup maken ze ook graag een tosti pizza (hawaii, als ze in een tropische bui zijn), tosti met geitenkaas en een vleugje honing, *croque monsieur* mozzarella met basilicum... Afijn, hun specialiteit is duidelijk. Zolang het maar twee sneetjes geroosterd brood zijn met gesmolten kaas ertussen, is de stier gelukkig. Kijkend naar de stand van Jupiter en Venus dit jaar, is het vrij duidelijk dat de Stier 971 zulke gerechten zal verorberen in 2019. Wat hier de

mogelijke gevolgen van zijn, laat ik open aan de interpretatie van de lezer.


### **Tweelingen (22 mei. t/m 21 juni)**

 Tweelingen zijn gedreven. In 2019 zullen zij een artikel gaan schrijven voor de Vakidioot. Laat het even weten als je klaar bent! We horen graag van je: Vakidioot@eskwadraat.nl.


### **Kreeft (22 juni t/m 23 juli)**

 Erhmm... O. Dit is ongemakkelijk. Nou ja, de kreeft houdt wel van wat chaos in het leven, toch? Wat dat betreft wordt 2019 weer een topjaar!

### **Leeuw (24 juli t/m 23 aug.)**


 Leeuwen staan graag in de schijnwerpers. Gelukkig wacht hun veel roem in 2019! Voor de ene Leeuw zal dit in de vorm van een populaire memepagina zijn, voor de ander in de vorm van een niet zo eervolle vermelding in een dagblad... Hoe dan ook: in 2019 komen er heel wat beroemdheden met dit sterrenbeeld bij!

### **Maagd (24 aug. t/m 23 sept.)**


 Ik heb in de sterrenhemel gelezen dat het een vruchtbaar jaar wordt voor de Maagd. Niet in letterlijke zin, dus dit betekent niet dat je je zorgen hoeft te maken als je in het bezit bent van een baarmoeder (behalve als je Maria heet).

Er wacht echter wel een andere welkome aanwinst op de Maagd; ook één om het leven mee te delen. Op dit moment is het echter nog slechts een schim die allerlei vormen kan aannemen. Mogelijk een nieuwe geliefde, of nieuwe vriendschappen. Mocht dat er niet in zitten, dan is de Maagd echter niet te min om een eigen aanwinst te kopen. Bijvoorbeeld een goudvis. Of anders een cavia.


### **Weegschaal (24 sept. t/m 23 okt.)**

 Het grote talent van de Weegschaal is natuurlijk evenwicht bewaren. 2019 wordt weer een goed jaar voor de SOGgende student, en dus in het bijzonder voor dit sterrenbeeld. De weegschaal weet namelijk precies wat nodig is om nét de 7,5 EC binnen te slepen. Op die manier behouden ze, volgens zichzelf, een goed evenwicht tussen studie en privéleven. Maar dit wil niet zeggen dat Weegschalen lui zijn. Ze willen juist heel veel verschillende dingen doen vanwege hun brede interesses en krijgen dit alleen voor elkaar door hun goede tijdmanagement.


### **Schorpioen (24 okt. t/m 22 nov.)**

 Schorpioenen lopen graag het avontuur tegemoet. Ze beginnen het nieuwe jaar het liefst met een duik en houden datzelfde enthousiasme gedurende het jaar vast. Dat wil zeggen, ze spenderen de rest van het jaar meer tijd op het strand dan in de collegebanken. In 2019 zal dat niet anders zijn...

### **Boogschutter (23 nov. t/m 22 dec.)**

 Bullseye! Alweer raak! Ongelooflijk! Boogschutters missen nooit. Wat hun ambitie ook is, alles ligt binnen bereik. Of ze nu het vermoeden van Goldbach eindelijk eens onder de loep nemen, of zich wagen aan de Riemannhypothese, zolang mensen met dit sterrenbeeld zich focussen wordt alles een succes! Helaas zijn bijna alle Boogschutters, ondanks hun grote potentie, ongelooflijk lui. We zullen dus helaas nog even moeten wachten op de Riemannhypothese.

### **Steenbok (23 dec. t/m 20 jan.)**

 De steenbok kan in 2019 een grote smak geld verwachten. Zeker een miljoen! De sterren zijn er echter nog niet helemaal over uit wat de bijbehorende eenheid is. Misschien euro's of centen, misschien yen, maar met het geluk van de Steenbok wordt het waarschijnlijk de Iraanse rial. Een miljoen is dan nog ongeveer 20 euro waard, maar een gegeven paard... In ieder geval, treur niet, echte rijkdom zit van binnen! En anders is er altijd nog Ome Duo.



# De tosti-stelling

Joris Dral

Tosti's worden alom geconsumeerd in het studentenleven als ontbijt- of lunchgerecht, of soms als avondeten als de 24e van de maand nog niet is geweest. Daarnaast kan ik in ieder geval voor mezelf en hopelijk de lezers spreken als ik de volgende kindertijdsituatie #relatable vind: Je wil een tosti of ander voedingsmiddel delen met een ander, maar je wil natuurlijk dat je allebei een even groot stuk krijgt. Het blijkt echter nooit goed te lukken, want de ander heeft altijd het grotere stuk en diegene is, voor zover het geheugen van een klein kind herinneringen weet te bewaren, even je aartsvijand. Maar kun je een tosti eigenlijk wel eerlijk verdelen? Hier schiet de wiskunde ons te hulp, waar dit vraagstuk bekend staat als "The ham sandwich problem". Wij noemen het maar even het tosti-probleem, want dat spreekt de gemiddelde A-Eskwadrater meer aan dan een broodje ham.



De tosti-stelling, ook wel "Stone-Tukey Theorem" genoemd, zegt voor elk positief geheel getal  $n$  het volgende: Gegeven  $n$  meetbare 'objecten' in  $n$ -dimensionale Euclidische ruimte, bestaat er een  $(n - 1)$ -dimensionaal hypervlak dat alle  $n$  objecten in twee stukken met gelijk volume verdeelt. Met andere woorden: Een tosti met twee boterhammen en beleg, waarbij het beleg één object moet vormen, kun je met één snede van een mes in twee even grote helften onderste boterham, beleg en bovenste boterham verdelen! De truc is hier dat je het mes om verschillende assen kunt roteren, waardoor elk object in precies twee gelijke stukken te verdelen is.

Een YouTube-filmpje van Numberphile, een kanaal met veel interessante video's over wiskundige onderwerpen zoals 'Graham's number' of 'The four color map theorem', legt op een toegankelijke manier uit hoe het werkt. Dit is zeker een aanrader als je benieuwd bent, maar ter illustratie kun je ook een screenshot bekijken van een perfect doormidden gesneden broodje ham (zie figuur 1).

Om de stelling van toepassing te laten zijn op een tosti moet het beleg één object vormen en de twee boterhammen de andere twee objecten. Dat klinkt misschien wat gek, want over het algemeen

is het niet per se vanzelfsprekend dat een tosti met alleen kaas óf ham óf iets anders belegd is. Een tosti kaas is zeker wel normaal, maar er zijn ook daadwerkelijk gekkies die een tosti met alleen ham eten. Ook heb ik weleens het verhaal gehoord van de ultieme budgettosti, genaamd een 'Broodje broodje', waarbij een gefrituurde boterham tussen twee boterhammen wordt gestopt. Handig in het geval dat je geen beleg in huis hebt, maar wel brood, een frituurpan en frituurvet.

Als je wel graag een multi-beleg tosti wil, zoals een tosti met kaas en ham, kan het een oplossing zijn dat je al het beleg samenvoegt/-plakt/-perst/-stampst tot één object. Een andere oplossing is dat je uitgaat van 4-dimensionale ruimte en dat je een 4-dimensionale plak kaas en een 4-dimensionale plak ham tussen twee 4-dimensionale boterhammen propt zodat je een 4-dimensionale, mogelijk *time travelling* tosti krijgt. Dat klinkt een stuk cooler, maar is vast ook theoretisch incorrect.



**Figuur 1** Een perfect doormidden gesneden broodje ham (screenshot, Numberphile)

Tenslotte zijn er een voordeel en nadeel aan de tosti-stelling die nog even genoemd mogen worden. Het voordeel is het niet uitmaakt hoe lelijk de tosti gebouwd is. De stelling houdt hoe dan ook stand. Kijk maar eens naar het screenshot uit het filmpje, daar hangt de ham half van het brood af. Daarentegen vertellen de stelling en het bewijs je niet hoe de snede precies te vinden is, ondanks dat het door deze stelling een gegeven is dat er een perfecte snede bestaat. Desondanks wordt met de stelling dus wel het eeuwenoude kanikeentostipreciesintweestukkenverdelengeschil beslecht.

Zijn jullie trouwens benieuwd wat mijn favoriete tosti is? Hier volgt een klein receptje! Neem twee grof volkoren boterhammen, een beetje boter, een halve ui en een plak oude kaas. Smeer een beetje

boter op een van de boterhammen en leg er een royale plak oude kaas op. Snij de halve ui in halve ringen en verdeel deze over de boterham. Nadat je de tweede boterham erbovenop hebt gelegd kun je de tosti in een voorverwarmd tosti-ijzer stoppen. Persoonlijk heb ik liever een heet tosti-ijzer dan een koud tosti-ijzer dat nog moet opwarmen, want dan wordt de tosti knapperiger.

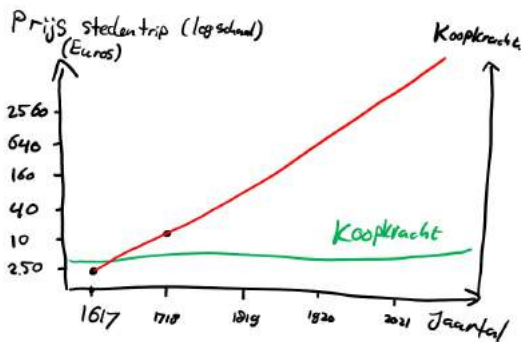
Als je toevallig ook zo'n tosti-ijzer hebt wat je kan dichtklikken, doe het niet! De tosti wordt veel lekkerder als die niet wordt platgewalst in het tosti-ijzer. Terwijl de tosti ligt te roosteren maak je mijn favoriete saus door 2 delen mayonaise en 1 deel Smokey Sriracha-saus door elkaar te roeren. Snij de tosti als die klaar is in twee (precies even!) grote pizzapuntjes en deel een van de puntjes met een ander, want dan smaakt het extra lekker.

# De 31-uur durende 24-uursreis naar Londen

Simone Lingbeek

Ook dit jaar heeft het bestuur een 24-uursreis georganiseerd naar een stad in Europa. Namelijk naar Londen! Hier volgt het verslag van de reis:

Met een halfvolle bus vertrokken we rond 12 uur op vrijdagavond richting Calais. Na lang wachten, mochten we eindelijk de boot naar Dover op. Vanwege de korte nacht lag het gros van de mensen over wat banken en stoelen verspreid een poging te doen tot slapen. Toch waagt een groepje zich naar het buitendek, om even naar de zee te kijken. Helaas is het op het kanaal zo donker door de bewolking dat we niet meer van de zee kunnen zien dan wat de boot verlicht, dus niet erg veel. Desondanks is het tripje naar het dek best vermakelijk; iedereen is zo statisch geworden dat het overeind komt te staan.



*Rampscenario toch geen werkelijkheid geworden.*

Met de bootreis achter de rug is het nog een paar uurtjes rijden naar Londen, waar we rond half 8 de bus uitgezet worden. Dan is het tijd om op zoek te gaan naar ontbijt. Een kleine wandeling, voor de eerste keer de Theems over en een bezoekje aan Waterloo station later, en we zitten met een groepje in een extreem hip tentje te ontbijten.

Met goed gevulde magen kunnen we door. Buckingham Palace staat bij veel van ons op het lijstje, dus we gaan op weg. Onderweg werpen we een blik op de London Eye, Westminster Palace en natuurlijk de Big Ben. Van die laatste is alleen niet zo veel te zien; de hele toren staat in de steigers (het begint een trend te worden, dingen niet kunnen zien...). Na deze mooie wandeling komen we aan bij Buckingham Palace.

We staan aan de overkant van het plein. Een brede weg en allerlei hekjes scheiden ons van het paleis. Terwijl de groep op zoek gaat naar een zebra-pad of iets dergelijks, staat Brian al aan de overkant. Brian blijkt graag op het randje te leven. Eenmaal veilig of minder veilig aan de overkant aangekomen kijken we een half uur naar wat mannetjes die een beetje heen en weer lopen en met veel poeha met elkaar van plaats wisselen. Precies waar we voor gekomen waren.



*Janne doet een Photobomb.*

Dit gebeuren aanschouwd hebbende lopen we verder naar Hyde Park, waar een kerstmarkt schijnt te zijn. Met een kleine omweg daarnaartoe komen we ook nog langs wat andere attracties, dus dat komt goed uit. We lopen door de ultra chique Bond street op weg naar de hoofdattractie in deze categorie: speelgoedwinkel Hamley's. Als kleine kinderen spenderen we hier meer dan een uur, wat voor sommigen van ons te weinig tijd was om alle 5 verdiepingen goed genoeg te bekijken.

Een magisch uur verder, en voor mij ook een erg nostalgisch uurtje tussen al dat speelgoed, gaan we op zoek naar lunch. We komen uiteindelijk terecht in een Arabisch tentje, waar we zowel wafels als falafel kunnen bestellen. Dan is het na de lunch toch echt tijd voor de kerstmarkt in Hyde Park. Het blijkt een gigantisch winter wonderland te zijn, compleet met kerstkraampjes, achtbanen, kermisattracties en eetkraampjes, versierd met alle soorten en maten kerstlichtjes.

Bij een van de kraampjes zoeken we kerstsokken uit, wat nog een hele puzzel blijkt te zijn. Als je er drie koopt, krijg je korting, dus wij proberen met z'n allen een veelvoud van drie sokken bij elkaar te krijgen, wat niet goed lukt. Mattijs krijgt dan plots een ingeving: we kunnen proberen af te dingen. Na wat gereken, we zijn tenslotte wel bèta's, komen we op een bedrag dat volgens ons net te laag zou zijn. Mattijs stapt op de verkoper af, volledig voorbereid om af te dingen. Het blijkt voor niks, de verkoper gaat meteen akkoord.



*Wie wil er nu niet zijn tijd spenderen in een uit de kluiten gewassen kerstbal?*

Met onze nieuwe kerstsokken *in the pocket*, gaan we

toch maar eens op zoek naar avondeten. Dat blijkt nóg een grotere uitdaging dan lunch en ontbijt vinden samen. We zijn inmiddels met een groep van zo'n 12 man en alles zit vol. We splitsen dus maar op en vinden uiteindelijk allemaal een plekje. Sommigen in een pub, ik, met 5 anderen, in een piepklein Italiaans restaurant in een kelder. Het heeft een spiegelmuur, om zo iets minder claustrofobisch klein te lijken.

Volgegeten en rozig van de toch al best lange dag trotseren we een laatste keer de straten van Londen. Langs Fortnum & Mason, de m&m store en natuurlijk Piccadilly circus lopen we terug naar de bus, door een prachtig verlicht Londen. Gelukkig staat nu alleen nog de terugreis op de planning. Soortgelijk aan de heenreis, maar nu met meer slaap. Je word er toch erg moe van, zo'n lange dag door een stad struinen. Onze tijd op de boot vullen we nu met een bezoekje aan de duty free shop en kaartspelletjes. Een lang dutje in de bus later staan we dan toch echt om 7 uur weer in Utrecht. Hiermee komt er een einde aan een lange en heel leuke dag in Londen.



*Lichtjesfestival in Londen?*

# Buzz-woordenboek

*Justus van der Velden*

Heb jij wel eens dat je wakker wordt en denkt: 'goh, wat voel ik me agile vandaag'? Nou ik dus ook niet. Toch lijkt het erop dat de meest prevalentie recruitmentstrategie van veel bedrijven bestaat uit het gooien met Engelse woorden om potentiële sollicitanten te imponeren. Het is vrij eenvoudig om al deze 'buzzwords' af te schrijven als inhoudsloze reclame, ik betrap mezelf hier ook vaak genoeg op. Echter, het frequente overgebruik van deze termen doet niet af aan de inhoud die ze vertegenwoordigen. Veel van deze 'power termen' zijn in feite redelijk gave ideeën!

Als Commissaris Extern kom ik nogal vaak mensen tegen die praten over zaken als scrummen, agile werken, blockchain, noem maar op. Hierdoor heb ik een oppervlakkig begrip gekregen van wat deze woorden betekenen. Hieronder volgt een mini-woordenboek voor iedereen die de volgende AMO-activiteit met zekerheid tegemoet wil zien!

**Agile werken** Een werkwijze die draait om flexibiliteit ('agility'). Dit resulteert in flexibele strategie, kortcyclisch werk en collega's van diverse achtergronden samen laten werken.

**Big data** Werken met data die te groot is om in een normaal databasemanagementsysteem te gebruiken.

**Bitcoin** Zie Blockchain.

**Blockchain** Misschien wel het meest misbruikte buzzword van afgelopen tien jaar. Een blockchain is een manier

om gegevens vast te leggen zonder dat hiervoor een centrale autoriteit nodig is, waardoor vervalsing nagenoeg onmogelijk is. Cryptocurrency is een toepassing van blockchaintechnologie, en Bitcoin is een voorbeeld van een cryptocurrency.

**de Cloud** Wederom dank aan Wikipedia voor deze: het op aanvraag beschikbaar stellen van hardware, software en gegevens via bijvoorbeeld het internet. Ruimte voor persoonlijke ontwikkeling. Dat je naast je inhoudelijke werk ook nog bijvoorbeeld cursussen volgt om je op

andere deelgebieden verder te ontwikkelen. In de pipeline zitten iets wat in de pipeline zit, wordt aan gewerkt.

**Consultancy** Consultancy is gedefinieerd als: 'de praktijk van het geven van deskundig advies binnen een bepaald gebied'. Oftewel: je krijgt betaald om voor een andere partij, meestal een ander bedrijf, advies op maat te geven. Dat kan op microschaal (bijvoorbeeld door een app helpen ontwikkelen), of op macroschaal (strategy consultancy bijvoorbeeld, waarbij je naar de grootste organisatiestructuren van bedrijven kijkt).



**Cryptocurrency** Zie Blockchain.

**Deep learning** Een specifiek voorbeeld van machine learning. De exacte definitie is super technisch dus die mag je zelf googlen.

**E-commerce** Handel die gedreven wordt via computernetwerken.

**Internet of Things** De situatie dat het merendeel van de computers niet direct door mensen bediend wordt. In plaats daarvan zal het internet vooral gebruikt worden door semi-intelligente apparaten in zogenaamde 'embedded systems', waarin ze autonome beslissingen kunnen nemen. Dank aan Wikipedia voor deze korte beschrijving. Een simpel voorbeeld is een slot op je voordeur dat opengaat zodra je telefoon zich verbonden heeft met je WiFi-netwerk.

**Neural network** Frameworks in computers die inspiratie halen uit hoe biologische neurale netwerken in hersenen werken. Een neural network

bestaat uit veel verschillende 'machine learning' algoritmes die voorbeelden gebruiken om te leren, in plaats van voorgeprogrammeerde oplossingen.

**Platte hiërarchie** Een organisatiestructuur met weinig managementlagen tussen de werknemers en de managers. Veelgebruikt voorbeeld: 'Je kan zo bij de CEO binnenlopen'.

**Quantum** Een vastgestelde hoeveelheid. Meestal wordt het echter gebruikt in de context van kwantummechanica. Oftewel, 'quantum technologie' is technologie die kwantummechanica gebruikt.

**Scrummen** Een werkstrategie die erop neerkomt dat de klant een opdracht geeft waarover je dagelijks vergadert met je team, waarbij je de taken onderling verdeelt. Dit doe je tot je klaar bent met de opdracht. Er zitten veel Engelse woorden aan verbonden maar veel meer dan dit is het niet. Sprint Een vastgezette tijdsperiode waarin je een deeltaak afkrijgt. Hopelijk.

**Software as a service** Vaak afgekort tot SaaS. Het is

software die online beschikbaar gesteld is als dienst aan de klant, in plaats van als product dat je eenmalig aanschaft. Voorbeelden zijn Office 365 van Microsoft, Google Apps en Teamleader (de CRM-software die de SpoCie en de extern gebruiken).

**Startup** Een startende onderneming waarbij een schaalbaar, vernieuwend en herhaalbaar product gemaakt wordt.

**Trading** Het handelen in effecten op de beurs. Veel van de traders waar A-Eskwadraat contact mee heeft zijn 'market makers'. Dit betekent dat ze aankoop- en verkoopprijzen van bepaalde effecten naar elkaar toe drijven door tegelijk te kopen en verkopen. Hun winst is het verschil tussen aankoopprijs en verkoopprijs.

**Traineeship** Een startersfunctie waar je eerst een korte periode opgeleid wordt binnen het bedrijf.

**User experience** Ook wel UX genoemd, dit is hoe de bezoeker je webpagina of applicatie ervaart.

Hopelijk heeft dit korte, ongenueanceerde overzicht je een beetje geholpen om de volgende lunchlezing beter te begrijpen. Als je ooit vragen hebt over hoe al deze woorden betrekking kunnen hebben op je toekomst, kan je dat het beste aan de bedrijven vragen die regelmatig langskomen bij onze vereniging!

# John Singer Sargent: een schandaal in de Parijse Salon

Bart Keller

*Dit is een artikel in de serie "John: de grootste voornaam ooit". Zie ook Vakidoot 18/19-1 (Vals).*

Het jaar is 1884. De meest prestigieuze tweejaarlijkse tentoonstelling ter wereld staat op het punt te beginnen: de Parijse Salon, ook bekend als simpelweg de Salon. Al sinds 1750 is de Salon de meest toonaangevende tentoonstelling en de selectie is altijd bijzonder streng. Maar dit jaar is de meeste aandacht voor een schilderij dat de gemoederen hoog doet oplopen. Een portret van een "onbekende dame", geschilderd door een Amerikaan nota bene. In dit artikel presenteer ik het verhaal achter dit schilderij.

## John Singer Sargent

John Singer Sargent<sup>1</sup> is geboren in 1856 te Florence. Zijn ouders waren welgestelde Amerikaanse burgers en verhuisden regelmatig tussen verschillende grote Europese steden. Vanaf zijn jeugd liet hij al een tekentalent zien, en op zijn achttiende werd hij toegelaten tot de École des Beaux-Arts, de meest prestigieuze kunstschool van Frankrijk. Op de academie leerde hij een progressieve en spontane manier van schilderen die niet uit de toon viel met de toenmalige academische stijl. Geïnspireerd door de stijl van oude meesters als Titiaan en Velázquez, maakte Sargent deze nieuwe stijl zich volledig meester.



*John Singer Sargent (1903)*

Terwijl Sargent op de academie zat, raakte hij bevriend met een aantal Franse kunstenaars van goede komaf. Door deze connecties kwam hij in contact met de grootste schilders die toen in Frankrijk rondliepen, zoals Dégas en Monet. Ook ontmoette hij een andere Amerikaanse schilder: James Whistler, die later ook een invloedrijke schilder zou worden.

Toen Sargent was afgestudeerd, kwam hij net als veel net afgestudeerden in die tijd vooral aan opdrachten door portretten te schilderen. Zijn eerste grote portretten waren voornamelijk van andere welgestelde Amerikanen die in Parijs leefden. Enkele van Sargents portretten werden al geëxposeerd op de grote Parijse Salon; de grootste en invloedrijkste salon voor academisch werk ter wereld. Vanaf 1877, toen Sargents eerste portret werd toegelaten tot de Salon, kwamen er ook commissies van Franse inwoners van Parijs binnen. Door zijn verfrissende schilderijstijl, gecombineerd met het feit dat hij als Amerikaan toch vloeiend Frans sprak, viel hij op tussen de andere portretisten en begon hij steeds meer naam te maken voor zichzelf.

Sargent begon zich steeds hogere doelen te stellen om maar in de aandacht te blijven bij zijn Franse clientèle. Dit probeerde hij door zijn onderwerpen en modellen zo interessant mogelijk te maken. Zo kwam hij uiteindelijk in 1883 uit bij de vrouw van een bankier, die op haarzelf al een spraakmakende figuur was in de Franse samenleving.

<sup>1</sup>Geen familie van Sargent Pepper. Oh wacht, dat is Sergeant Pepper. Misschien is er later nog een John waar we die behandelen...

## Madame Gautreau

Deze vrouw was Virginie Amélie Avegno Gautreau. Virginie was, net als Sargent, van Amerikaanse afkomst, maar haar vader was een Italiaan en haar moeder was afstammeling van Franse adel. Haar vader overleed in de Amerikaanse burgeroorlog toen Virginie nog maar drie was en een aantal jaar later vertrok haar moeder met haar naar Parijs. Daar werd ze meteen geïntroduceerd in de elite van de Franse samenleving.

Virginie werd gezien als een van de mooiste vrouwen van Parijs. Ze had een bleke huid, diep bruin haar en een sterk zandloperfiguur. Ze was hier zelf bewust van en deed er van alles aan om dit te accentueren. Dit zal er mede aan bij hebben gedragen dat ze snel is getrouwd. Ze trouwde met een bankier genaamd Pierre Gautreau, maar dat stopte de aandacht van andere mannen niet. Sterker nog, Virginie stond erom bekend dat ze affaires niet schuwde en daardoor was ze onderwerp van menig roddel.

Een van haar minnaars werd op een gegeven moment geportretteerd door John Singer Sargent. De reputatie die Virginie had, maakte haar voor Sargent een interessant model. Sargent vroeg zijn client of hij hem bij Virginie wou introduceren en dat is gebeurd. Zo kwam het dat Sargent in contact kwam met Virginie en dat Sargent voorstelde om een portret van haar te maken. Dit was een ongebruikelijke volgorde, want meestal kwamen de klanten juist naar de schilder toe. Virginie stemde, ondanks dat, toch in en Sargent begon met schetsen.

## Het portret

Na ruim een jaar aan schetsen en studies maken was het schilderij dan eindelijk af. Sargent vond het moeilijk om de schoonheid van Virginie in een schilderij te vangen en Virginie zelf had eigenlijk niet genoeg geduld en tijd om te poseren.

Het schilderij zoals het uiteindelijk is geworden was voor die tijd behoorlijk uitdagend. In het schilderij komen de lichaamsvormen van Virginie



*Het portret van Madame X*

door de pose die ze aanneemt goed naar voren. Verder wordt door het contrast met de achtergrond haar witte huid extra sterk benadrukt.

Haar jurk was naar de mode van die tijd erg verhullend. In eerste instantie had Sargent het (voor de kijker) linkerbandje van de jurk los geschilderd, alsof de jurk maar aan een enkel bandje om haar lichaam hing. Verder zijn haar kleine kroontje en de versieringen op de tafel verwijzingen naar de Griekse oudheid, waarmee gesuggereerd zou kunnen worden dat Virginie de schoonheid van een godin had.

Een laatste saillant detail is de titel van het schilderij. Sargent had het schilderij in eerste instantie *Portrait de Madame \*\*\** genoemd. Dit was deels om de anonimiteit van Virginie te beschermen en deels om het schilderij iets spannenders te geven.

Toen het schilderij af was, vonden zowel Sargent als Virginie dat er een waar meesterwerk was afgeleverd. Sargent leverde het dan ook vol vertrouwen

in voor de Parijse Salon van 1884, waar hij zeker wist dat het schilderij door zijn formaat zou opvallen aan de toch wel drukke muren. En opvallen deed het zeker...

## De nasleep

Het schilderij werd geaccepteerd door de jury en kwam prominent in een grote zaal te hangen. Daar veroorzaakte het veel commotie en ophef onder de bezoekers. Dat kwam vooral door de manier waarop het portret inspeelde op de levensstijl van Virginie. Dit houdt dus ook in dat de gepoogde anonimisering van de titel niet bepaald heeft gewerkt. Een recensent merkte op dat je ieder scheldwoord van de Franse taal kon horen als je voor het schilderij stond.

Het gedoe werd zelfs dusdanig hevig, dat de moeder van Virginie aan Sargent verzocht dat het schilderij van de tentoonstelling verwijderd werd. Dat weigerde Sargent. Hij zag echter wel in dat hij misschien wat ver was gegaan. Hij schilderde het losse bandje over om weer vast te zitten en hij veranderde de titel naar *Portrait de Madame X*. Deze veranderingen maakten voor de strom van controverse rond het schilderij niet veel uit.

Voor John Singer Sargent betekende dit schandaal dat hij feitelijk geen opdrachten meer kreeg vanuit

Parijs. Daarop vertrok hij naar Londen, waar hij al eerder schilderijen had geëxposeerd in de Royal Academy. Daar maakte zijn vernieuwende portretstijl een enorme impact en werd hij een van de meest gevierde portretschilders van de elite van Engeland. Ook toen hij later nog naar de Verenigde Staten vertrok sloeg zijn stijl aan en kwamen zijn schilderijen in veel verzamelingen van zowel particulieren als musea terecht.

Virginie trok zich tijdelijk terug uit het drukke openbare leven van Parijs. Later is ze nog meerdere malen geportretteerd, soms zelfs nog uitdagender dan in het portret van Sargent. Haar latere portretten werden beter ontvangen, mede doordat die niet op de Salon terecht kwamen en de stijl in de tussentijd aardig veranderd was.

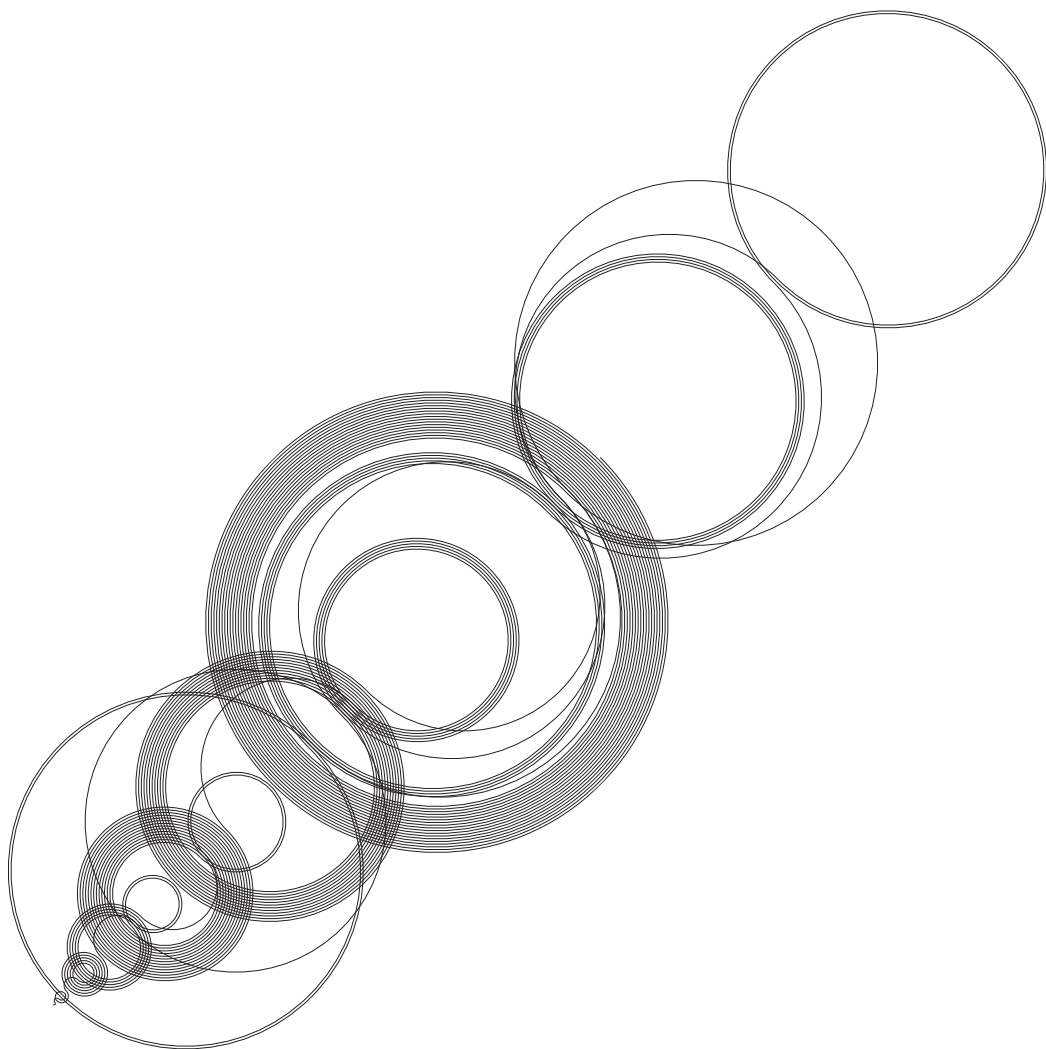
En wat de Salon zelf betreft: die ging onverstoord door. Hoewel dit zeker een van de grootste schandalen was die de Salon zelf heeft meegeemaakt, bleef de invloed van de Salon tot zeker 1900 enorm.

Al met al mogen we concluderen dat John Singer Sargent in ieder geval de wereld van de kunst in Parijs goed heeft wakker geschud. Wat mij betreft is hij dan ook een van de invloedrijkste portretisten van de moderne tijd. Ken jij iemand die nog groter is en zo nodig nog grotere schandalen teweeg bracht? Schrijf dan vooral een mooi artikel, zo ontdekken we allemaal iets nieuws.



*Sargent in zijn atelier met het portret*

# De TeXniCie verandert!



De TeXniCie verandert! De commissie stopt met het beheren van de  $\LaTeX$ -packages van A-Eskwadraat en legt zich toe op het geven van de  $\LaTeX$ -cursus. Wil je helpen de  $\LaTeX$ -cursus te organiseren? Stuur een e-mail naar [hektex@a-es2.nl](mailto:hektex@a-es2.nl).

Het oplossen van bugs en feature requests zal voortaan worden gedaan door de  $\TeX$ -support. Wie zit er in de  $\TeX$ -supportgroep? Jij natuurlijk! Als je lid wordt van de  $\LaTeX$ -bugoplosgroep, zal je af en toe een bug of feature request krijgen. Als het je leuk lijkt om op insecten te slaan, los je de bugs op. De groep is veel vrijblijvender dan een commissie, dus ga naar je favoriete bestuurslid om je in te schrijven!

Ook een advertentie in de Vakidoot zetten voor je activiteit of commissie? Stuur een PDF, Word- of LaTeX-bestand (of wat we maar kunnen lezen) naar [vakidoot@a-es2.nl](mailto:vakidoot@a-es2.nl).



In het volgende nummer zal de Vakidoot haar 50-jarig jubileum vieren! Om alvast een idee te geven wat allemaal heeft gestaan in de afgelopen Vakidootnummers, steken we wat oude artikelen in een nieuw jasje. Om maar even aan te geven dat de bekende problemen al jaren voorkomen, zien we hier een klacht van studenten dat Analyse te lastig is, en een klacht van een docent dat er niemand naar werkcolleges komt. Deze artikels werden naast elkaar gepubliceerd in de Vakidoot van 5 april 1976.

# ANALYSE I

*Protestbijeenkomst n.a.v. de herkansing Analyse I*

Dinsdag 23 maart om 13.00 is er een protestbijeenkomst geweest in de Witte Zaal van Trans. 1<sup>1</sup> n.a.v. de slachting bij Analyse I. Bij de herkansing van Analyse I was nl. ongeveer 97% onvoldoende, een situatie, die veel aan voorgaande jaren deed denken.

Reeds in 1973 is er een Analyse-actie gevoerd vanwege het hoge tempo en het abstraktienivo van abstrakte Analyse, hetgeen resulteerde in grote afvalpercentages. Deze actie pleitte voor herziening van het voorkandidaatsprogramma, wat een nieuw 2½-jarig voorkandidaatsprogramma tot gevolg had, wat in september 1975 van start is gegaan. In dit programma zijn Infi en Abstrakte Analyse samengevoegd tot Konkrete Analyse (verlaging van het abstraktienivo, verhoging van het rekenwerk) en werd het selectieve karakter van Abstrakte Analyse gelijkelijk verdeeld over Algebra en Konkrete Analyse (wat tot uiting komt in de overgangsregeling van het eerste naar het tweede jaar: de 6-6-6-5 regeling).

Ondanks dit nieuwe programma zijn er toch weer een aantal - deels dezelfde - moeilijkheden. Deze moeilijkheden werden in het begin van de bijeenkomst uiteengezet door een eerstejaars. Naar aanleiding van de slachting bij Analyse I bracht hij de volgende eisen naar voren:

1. Analyse moet over twee jaar worden gespreid (i.p.v. 1½ jaar);
2. De afgelopen herkansing Analyse I mag geen consequenties hebben voor beursstudenten;
3. Er moet een waterdichte controle komen bij het opstellen van tentamens, om excessen (zoals nu bij de herkansing Analyse I) te voorkomen;
4. Er moet een extra herkansing Analyse I komen;
5. Te zware herkansingen zijn funest voor mensen, die een langere tijd nodig hebben om zich aan te passen.



Hierna volgde een historisch overzicht, hetgeen hierboven reeds kort is weergegeven.

In de er op volgende discussie werd vooral aandacht besteed aan de punten 1, 2 en 4. Punt 3 was reeds eerder "weerlegd" door Duistermaat. Hij beweerde dat het tentamen van tevoren terdege was gecontroleerd, waar wij wel wat vraagtekens achter willen zetten. Wij willen er dan ook op aandringen dat in het vervolg een betere controle komt op het samenstellen van tentamens.

Eerst werd gediscussieerd over punt 4. Er waren twee alternatieven: op een korte termijn een herkansing (17 mensen vóór) of één in augustus of september (9 mensen voor); er waren 4 onthoudingen. Opmerkelijk was wel, dan van de +60 'slachtoffers' slechts de helft aanwezig was. Zou de rest reeds de pijp aan Maazen hebben gegeven?

Over punt 2 werd door de staf gezegd dat onvoldoendes niet meetellen voor beursadviezen, dit in tegenstelling tot wat er eerder dit jaar in de Onderwijscommissie is gezegd. Dit punt is volgens ons niet voldoende uit de verf gekomen door alleen op soepelheid aan te dringen bij de mensen, die beursadviezen moeten uitbrengen.

Tot slot werd er ingegaan op punt 1, welk punt niet voldoende (vooral vanwege tijdsgebrek) is bediscussieerd. Dit punt moet dan ook zeker aan de orde komen op de onderwijsdag, die we aan het organiseren zijn.

Een voorzichtige konklusie, die we misschien uit deze discussie kunnen trekken, is: het tempo in het eerste semester ligt te hoog en voor veel mensen, met name de herkansers, werkt dit door in het tweede semester.

Overleggroep Wiskunde en Eerstejaarswerkgroep  
(Analyse/Algebragroep)

<sup>1</sup> Het *Transitorium 1* staat tegenwoordig bekend als het Marinus Ruppertgebouw. De Witte Zaal is nog steeds de Witte Zaal. Het *Transitorium 2* is nu het Willem C. van Unnikgebouw, het *Transitorium 3* het Hugo R. Kruytgebouw. Na verloop van tijd besloot men om de gebouwen daadwerkelijk namen te geven.

# GRATIS

GRATIS ONDERWIJS VOOR EERSTEJAARS  
W3-EN M0-STUDENTEN.

Medio februari heb ik op de praktica Algebra II en Analyse II de opkomst van de eerstejaars W3- en M0-studenten laten inventariseren.

HET RESULTAAT WAS ZONDERMEER ONTSTEL-  
LEND!

*Niet minder dan 54 van de + 130  
ingeschrevenen hadden in het tweede  
semester tot op dat moment aan ten-  
minste een van beide praktica nog  
geen enkele maal deelgenomen.*

Saarom wil ik hier nog eens het nut van onze wiskundepraktica onderstrepen.

HET IS TEN ENENMALE ONMOGELIJK OM WISKUNDE TE STUDEREN ZONDER TEGELIJK VIA HET MAKEN VAN OPGAVEN TE CONTROLEREN OF DE BESTUDEERDE STOF WERKELIJK BEHEERST WORDT.

Eigenlijk is dit de belangrijkste reden om deel te nemen aan de praktica. Alleen door de opgaven te maken, te laten corrigeren, en te bespreken, verkrijgt men het inzicht en de geoefendheid in het werken met wiskunde die voor een goede voortzetting van de studie onontbeerlijk zijn. Parate kennis (het dictaat of boek van buiten kennen) zonder inzicht is waardeloos.



Maar er zijn nog een aantal andere dingen die ieder voor zich het bijwonen van de praktica tot een buitengewoon zinvolle bezigheid maken. Zo zal een practicumleider of een co-assistent de te bestuderen stof meestal van een iets andere kant (de praktische kant) benaderen dan de docent op het college. Hierdoor kan hun begeleiding ook van erg veel steun zijn bij de bestudering van de moeilijker theoretische gedeelten van de stof. Verder is het goed om je eens te realiseren dat via de praktica een unieke kans geboden wordt om PRIVÉ EN GRATIS EXTRA ONDERWIJS TE VERKRIJGEN. Maak er een intensief gebruik van!

Een ander pluspunt van onze praktica is, dat er meestal in groepjes gewerkt wordt.

Hierdoor kunnen zeer vruchtbare discussies ontstaan over aanpak en oplossing van vraagstukken en andere problemen.

Omdat ik het zo belangrijk vind, noem ik ook als punt de stimulans die er van het practicum uitgaat om weerstand te bieden aan de min of meer natuurlijke neiging om achterop te raken. Een achterstand is, vooral bij een zo precies passende puzzle als de inhoud van de wiskunde colleges, uiterst moeilijk weer in te halen.

# Intuitionistische wiskunde

Tim Baanen

In het vak Grondslagen van de Wiskunde leer je hoe je wiskunde kan doen over andere wiskunde. Maar naast de klassieke wiskunde die je bij Grondslagen tegenkomt, zijn er andere systemen om wiskunde te bedrijven. Misschien wel de bekendste, het *intuitionisme* van de grote Nederlandse wiskundige L.E.J. Brouwer,<sup>1</sup> begint met een subtiel andere filosofie over bewijzen en waarheid, waarmee je compleet verschillende gevolgen krijgt.

In het intuitionisme behandel je bewijzen als wiskundige objecten, en zijn misschien bewijzen wel de belangrijkste soort objecten. Een redenatie zou kunnen zijn: we kunnen beoordelen of een bewijs van een wiskundige uitspraak correct is, dus we weten voor wiskundige uitspraken hoe bewijzen eruit moeten zien. Bovendien accepteren we een uitspraak pas zodra we een bewijs ervoor kennen. Zeggen dat de ene stelling een gevolg is van de andere, betekent dat we met een bewijs van de ene stelling kunnen gaan rekenen, en dan op een bewijs van de andere stelling uitkomen. Net zo ziet het bewijs van een disjunctie “ofwel  $P$  geldt, ofwel  $Q$  geldt”, eruit als ofwel een bewijs van  $P$  ofwel een bewijs van  $Q$ .<sup>2</sup>

Bij klassieke wiskunde kun je niet zomaar dit soort gevalsonderscheid op bewijzen doen. In het bijzonder kun je als klassieke wiskundige de bewijsstap  $\perp$ -eliminatie doen, ook wel bekend als *bewijs uit het ongerijmde*: als je de negatie van een uitspraak  $P$  aanneemt en daaruit een tegenspraak (door logici vaak opgeschreven als  $\perp$ ) kunt afleiden, dan kun je concluderen dat  $P$  waar is (en de aanname niet- $P$  loslaten). Als je dus een bewijs van de uitspraak “ $P$  of  $Q$ ” tegenkomt, kan dit komen door ofwel een bewijs van  $P$ , ofwel een bewijs van  $Q$ , maar misschien wel door aan te nemen dat  $P$  en  $Q$  allebei onwaar zijn en daaruit een tegenspraak afleiden.

## Oneindig veel priemgetallen

Neem een beroemde stelling van Euclides: “voor elk eindig rijtje priemgetallen is er een priemgetal dat verschilt van elk element van het rijtje.” Dit heeft onder andere het volgende gevolg: “er is een injectie  $g$  van de natuurlijke getallen naar de priemgetallen”. Het standaardbewijs van dit gevolg gaat ongeveer als volgt:

*Bewijs.* We gaan de functie  $g$  recursief definiëren.

Het basisgeval is de definitie van  $g(0)$ . Stel dat voor elke eindig rijtje  $a$  er een priemgetal  $p_a$  is, ongelijk aan elk element van  $a$ . In het bijzonder geldt dit voor het lege rijtje  $\langle \rangle$ , dus laat  $g(0) = p_{\langle \rangle}$ .

Voor het recursieve geval stellen we dat  $g(0), \dots, g(n)$  gedefinieerd zijn voor een zekere  $n \in \mathbb{N}$ , en geven we de waarde van  $g(n+1)$ . Omdat het beeld van  $g$  bestaat uit priemgetallen, is  $\langle g(0), \dots, g(n) \rangle$  een rijtje priemgetallen, dus is er weer een nieuw priemgetal  $p_{\langle g(0), \dots, g(n) \rangle}$ , en we zetten de waarde van  $g(n+1)$  gelijk hieraan.

We hebben in de recursie er al voor gezorgd dat het beeld van  $g$  bestaat uit priemgetallen, dus nu moeten we alleen nog aantonen dat  $g$  injectief is. Stel dus dat er  $k, n \in \mathbb{N}$  zijn zodat  $g(k) = g(n)$ , waarvoor we moeten bewijzen dat  $k = n$ . Onderscheid de gevallen dat  $k = n$  (dus dan zijn we klaar), of dat er eentje, zonder verlies van algemeenheid  $n$ , groter is. In dat geval hebben we dus dat  $g(n)$  na  $g(k)$  gedefinieerd is in een recursieve stap. Maar dan is  $g(k)$  een element van het rijtje  $a$  zodat  $g(n) = p_a$ , en  $p_a$  verschilt van alle elementen van  $a$ . Dat betekent dat dit tweede geval niet voorkomt, dus in alle gevallen hebben  $k = n$ . We concluderen:  $g$  is een injectie van de natuurlijke getallen naar de priemgetallen.  $\square$

Als we bekijken wat er precies gebeurt in dit bewijs, zien we dat het bestaat uit stappen om een functie uit te rekenen, gevolgd door de reden dat de zo berekende functie voldoet aan de gestelde eisen. Bovendien behandelen we het bewijs van de stelling van Euclides net zo: voor elk rijtje kunnen we ermee een priemgetal bepalen, en we hebben bovendien een bewijs dat dit priemgetal verschilt van de elementen van het rijtje: dat bewijs heeft dus precies dezelfde structuur. We hebben dus dat een bewijs van een stelling van de vorm “voor alle  $X$  is er een  $Y$  zodat  $Z$ ”, eruit ziet als een functie die

<sup>1</sup>Bekend van de dekpuntsstelling, waar hij niet in geloofde.

<sup>2</sup>Om verwarring te voorkomen als  $P$  en  $Q$  hetzelfde zijn, eisen we meestal ook dat je eerst een van  $P$  of  $Q$  aanwijst en vervolgens een bewijs van de aangewezen stelling geeft.

gegeven een  $X$  een  $Y$ , samen met een bewijs dat  $Z$  geldt op die functie.

Voor degenen die Grondslagen hebben gevolgd, zou dit hopelijk raar moeten klinken: je hebt daar het Keuzeaxioma nodig om de functie te vinden. Dit is inderdaad waar in de context van de klassieke verzamelingenleer die je in Grondslagen ziet, omdat in de klassieke wiskunde je geen toegang

hebt tot het bewijs van een uitspraak. Om toch een functie te maken, heb je het Keuzeaxioma nodig om voor elke  $X$  tegelijk uit alle mogelijke  $Y$ 'tjes een unieke uit te kiezen. Uit eigen ervaring weet ik hoe makkelijk het is om die stap over het hoofd te zien. Als een uitspraak in de klassieke wiskunde waar is, kun je dus eigenlijk veel minder ermee dan met een intuïtionistisch bewijs.

### De notoire Wim Veldman

Een tijdje terug werd een MasterMath-vak over het intuïtionisme gegeven door Wim Veldman, een van de laatste Nederlandse intuïtionisten die direct afstamt van de groep rond Brouwer. Voor de bijwoners van dit vak staan nog altijd een aantal mooie uitspraken in het geheugen.

Een uitspraak die waar is voor klassieke wiskundigen maar geen intuïtionistisch bewijs heeft, wordt met een mooi ouderwets woord ook wel *vermetel* genoemd. Dit heeft als synoniemen bijvoorbeeld "stoutmoedig" of "roekeloos", en wordt gebruikt omdat in de intuïtionistische opvatting, klassieke wiskundigen beweren iets te weten wat ze helemaal niet weten. "Wij zijn immers mensen, en geen goden of engelen", zo legt Wim Veldman het uit.

Net als andere MasterMath-vakken werd Intuïtionistische Wiskunde gegeven in het Engels, dus moest Wim Veldman op zoek naar een goede vertaling voor "vermetel". Eerst probeerde hij het met een analogie: "Vermetel is, when you go to slay the dragon, and you do not know if your sword is good enough, but you go anyway!" Even later kwam hij met de vertaling "hardy", wat inderdaad een vergelijkbare betekenis heeft, en natuurlijk een mooie belediging is aan het adres van de klassieke wiskundige Godfrey Hardy. De mooiste vondst vind ik zelf de slogan "klassieke stellingen zijn allemaal teleurstellingen".

### Een beetje typetheorie

Een stukje terug had ik het erover dat we van elke stelling weten hoe een geldig bewijs eruit moet zien. Zo bewijzen we een implicatie  $P \rightarrow Q$  door een manier te geven om een geldig bewijs van  $P$  om te zetten in een geldig bewijs van  $Q$ . Als je formeel hard wilt maken wat een bewijs is (iets waar Brouwer overigens een hekel aan had), moet je dan wel eerst hardmaken wat "een methode om een bewijs om te zetten" inhoudt. Een van mijn favoriete systemen, de typetheorie van Martin-Löf, doet dit ongeveer als volgt: een stelling zien we als een wiskundig object genaamd een "type", en een bewijs van die stelling als een element van het bijbehorende type. We korten " $x$  is een element van  $A$ " af als  $x : A$ , of " $x$  heeft type  $A$ ". Een stelling is waar dan en slechts dan als je een element van het type kunt maken. Je kan je dus voorstellen dat een type lijkt op een verzameling van alle bewijzen van een stelling. Nu geven we niet alleen regels voor het maken van elementen van een type, maar ook regels voor het rekenen met de elementen van een type.

We gaan er voorlopig van uit dat we al hebben

vastgelegd wat een functie is, dus gegeven types  $P$  en  $Q$  wat de regels zijn van het type  $P \rightarrow Q$ . Bij de disjunctie  $P$  of  $Q$  hoort een type  $P \vee Q$ , en we hebben twee regels om elementen te maken: als  $x : P$  dan  $\text{inl}(x) : P \vee Q$ , en als  $y : Q$  dan  $\text{inr}(y) : P \vee Q$ . Een bewijs van  $P$  of  $Q$  kun je dus inderdaad geven door een van de twee aan te wijzen en dan een bewijs van die te geven. De rekenregels zijn als volgt: laat  $R$  een type zijn. Als  $f : P \rightarrow R$ ,  $g : Q \rightarrow R$  en  $x : P \vee Q$ , dan  $\text{if}(f, g, x) : R$ , zodanig dat  $\text{if}(f, g, \text{inl}(x)) = f(x)$  en  $\text{if}(f, g, \text{inr}(y)) = g(y)$ .

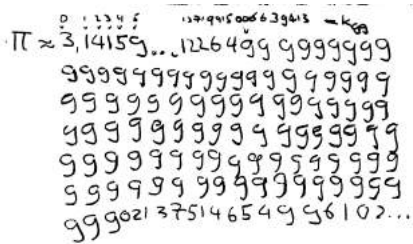
Typetheorie is niet alleen maar nuttig voor het beschrijven van stellingen en hun bewijzen, maar ook "gewone" wiskundige objecten zoals natuurlijke getallen. De belangrijkste eigenschap van de natuurlijke getallen is dat je er inductie op kan doen: laat  $A$  een deelverzameling van  $\mathbb{N}$  zijn, dan als  $0 \in A$  en voor alle  $n \in A$  ook  $n + 1 \in A$ , dan is  $A$  gelijk aan  $\mathbb{N}$ . Het omgekeerde geldt voor de natuurlijke getallen zelf:  $0 \in \mathbb{N}$  en als  $n \in \mathbb{N}$  dan ook  $n + 1 \in \mathbb{N}$ . Dit vertaalt naar de volgende regels om natuurlijke getallen te maken:  $0 : \mathbb{N}$  en als  $n : \mathbb{N}$  dan ook  $n + 1 : \mathbb{N}$ . Het inductieprincipe geeft de volgende rekenregel op natuurlijke getallen: laat  $R$



een type zijn,  $x : R, f : R \rightarrow R$  en  $n : \mathbb{N}$ , dan is  $\text{rec}(x, f, n) : R$ , en bovendien  $\text{rec}(x, f, 0) = x$  en  $\text{rec}(x, f, n + 1) = f(\text{rec}(x, f, n))$ . De naam van  $\text{rec}$  staat voor "recursie", omdat in typetheorie recursie en inductie precies hetzelfde zijn. Inductie hoort bij stellingen en recursie bij verzamelingen, maar in typetheorie beschrijven we die allebei met types.

**$\rho_{99}$  en de tussenwaardestelling**

Een voorbeeld waar Brouwer een hoop ongein mee kon uithalen was de decimaalontwikkeling van  $\pi$ . Het is tot nu toe nog niet bekend of elk eindig rijtje decimalen daadwerkelijk in deze decimaalontwikkeling voorkomt, dus het zou best kunnen zijn dat er, laten we zeggen, geen blok van 99 opeenvolgende 9's voorkomt in  $\pi$ . Bovendien weten we niet, als dat blok wel voorkomt, op welke decimaal het blok begint. Laten we het hypothetische beginpunt van een blok 99 negens  $k_{99}$  noemen.



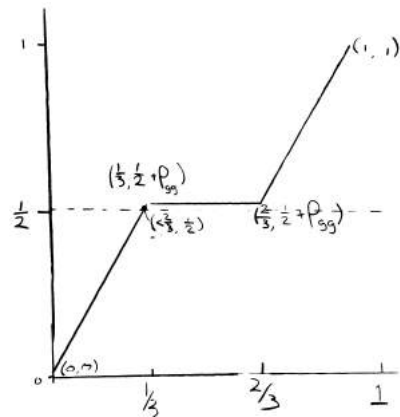
We kunnen wel voor elk gegeven natuurlijk getal  $n$  bepalen of in de eerste  $n$  decimalen al zo'n blok is voorgekomen: reken al die decimalen uit en loop ze door op zoek naar zo'n blok. Als dit inderdaad zo is, zeggen we dat  $n > k_{99}$  geldt. In dat geval weten we dat  $k_{99}$  bestaat en een bepaalde waarde heeft, en ermee rekenen, bijvoorbeeld vaststellen of het even of oneven is. Maar hoewel we weten "als  $k_{99}$  bestaat, is het even of oneven", we kunnen nog geen beslissing maken tussen "als  $k_{99}$  bestaat, is het even", of "als  $k_{99}$  bestaat, is het oneven". Met dit net-niet-getal  $k_{99}$  kunnen we een reële getal  $\rho_{99}$  maken, waarvan we niet weten of het groter is dan 0 of kleiner is dan 0.

We gaan ervan uit dat reële getallen gegeven kunnen worden als Cauchyrij van rationale getallen, zoals je misschien in Analyse hebt gezien. Definieer de Cauchyrij  $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$  als volgt: als  $n >$

$k_{99}$ , dan zetten we  $a_n = a_{k_{99}}$ ; anders zetten we  $a_n = (-1)^n \frac{1}{n+1}$ . Dit is een Cauchyrij, want voor alle  $\epsilon$  liggen de waarden vanaf  $\lceil 2/\epsilon \rceil$  binnen een afstand  $\epsilon$  van  $a_{\lceil 2/\epsilon \rceil}$ . Laat  $\rho_{99}$  het reële getal zijn corresponderend met de Cauchyrij  $a$ .

Hebben we  $\rho_{99} \leq 0$  of  $\rho_{99} \geq 0$ ? In het eerste geval hebben we: als  $k_{99}$  bestaat, dan is  $(-1)^{k_{99}}$  kleiner dan 0, dus  $k_{99}$  is dan oneven. Net zo geeft het andere geval dat  $k_{99}$  even is als het bestaat. We weten niet of  $k_{99}$  even is of oneven, dus we weten ook niet of  $\rho_{99} \leq 0$  of  $\rho_{99} \geq 0$ .

Dit getal  $\rho_{99}$  geeft ook een intuïtionistisch tegenvoorbeeld voor de tussenwaardestelling. Deze (klassiek ware) stelling impliceert voor alle continue  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  dat er een  $x \in [0, 1]$  bestaat met  $f(x) = \frac{1}{2}$ . Bekijk nu de functie  $f$  die je krijgt door de punten  $(0, 0)$ ,  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2} + \rho_{99})$ ,  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{2} + \rho_{99})$  en  $(1, 1)$  te verbinden met rechte lijnen. Merk op dat  $f$  (niet strikt) stijgend en continu is.

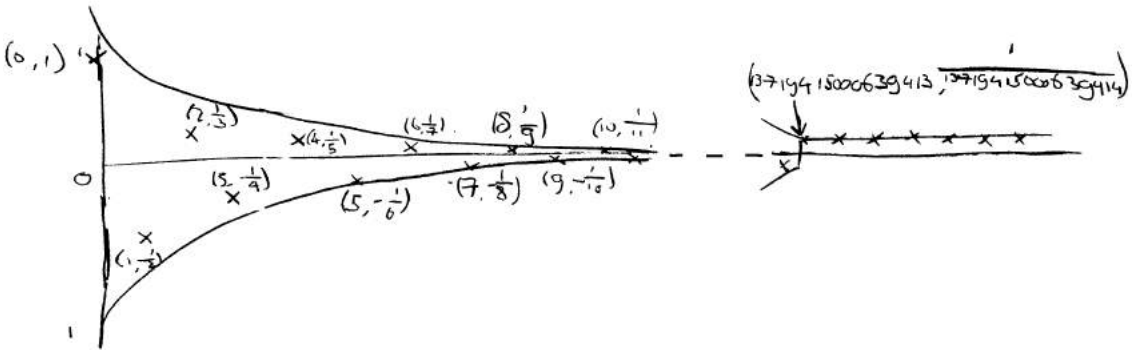


De grafiek van  $f$ .

Stel dat we een  $x \in [0, 1]$  weten zodat  $f(x) = \frac{1}{2}$ . We kunnen uit de eerste paar decimalen van  $x$  bepalen of  $x \geq \frac{1}{3}$ , of  $x \leq \frac{2}{3}$ . In het eerste geval hebben we dus dat  $f(\frac{1}{3}) \leq \frac{1}{2}$  omdat  $f$  stijgend is, en in het tweede geval geldt  $f(\frac{2}{3}) \geq \frac{1}{2}$ . De definitie van  $f$  betekent dat in het eerste geval  $\rho_{99} \leq 0$  en in het tweede geval  $\rho_{99} \geq 0$ . Maar door de tussenwaardestelling kunnen we zo'n  $x$  vinden, en dus onderscheid maken tussen de twee gevallen die we helemaal niet kunnen onderscheiden, tegenspraak. We concluderen dat de tussenwaardestelling intuï-

<sup>3</sup>In een vorige voetnoot stond dat Brouwer niet geloofde in zijn eigen dekpuntsstelling. De reden hiervoor is dat de dekpuntsstelling in één dimensie equivalent is aan de tussenwaardestelling, die dus intuïtionistisch ongeldig is.





Links: de eerste paar termen van  $a_{99}$  convergeren ongeveer naar 0. Rechts: zodra we  $k_{99}$  (eventueel) tegenkomen, blijft  $a_{99}$  constant.

tionistisch ongeldig is.<sup>3</sup>

Overigens is de tussenwaardestelling niet volslagen vermetel: zo kun je bewijzen dat de tussenwaardestelling geldt voor elke  $f$  gegeven als polynoom, en voor alle  $f$  die lokaal niet-constant zijn: voor alle  $a \leq b$  is er een  $a \leq c \leq b$  zodat  $f(a) \neq f(c)$  en/of  $f(c) \neq f(b)$ . Het is zelfs zo dat het bewijs van de tussenwaardestelling voor zulke lokaal niet-constante functies eigenlijk het klassieke bewijs is, met een extra stap die de uitgesloten derde vervangt met iets intuïtionistisch aanvaardbaars.

### Meer intuïtionistische wiskunde

Misschien is dit tegenvoorbeeld voor de tussenwaardestelling niet helemaal bevredigend voor jou, want het zou best kunnen dat een of andere supercomputer ooit de 99 negens vindt, en dan is het dus wel bekend of  $\rho_{99} \leq 0$  of  $\rho_{99} \geq 0$ . In de praktijk lossen intuïtionisten dit op door een nieuw axioma aan te nemen: dit *continuïteitsprincipe van Brouwer* impliceert, onder andere, dat er (veel!) rijen natuurlijke getallen  $\alpha$  bestaan, zodanig dat het niet geldt dat voor alle  $k$ ,  $\alpha(k) = 0$  of dat er een  $k$  is met  $\alpha(k) \neq 0$ . Als je  $k_\alpha$  definieert als de eerste  $k$  zodat  $\alpha(k) \neq 0$  (indien die bestaat), kunnen we op vergelijkbare manier een getal  $\rho_\alpha$  construeren dat als tegenvoorbeeld werkt voor de

tussenwaardestelling.

Maar misschien is een ander gevolg van het continuïteitsprincipe nog interessanter: het impliceert ook dat elke functie die op de reële getallen gedefinieerd is, continu is.<sup>4</sup> In zekere zin is dit ook de reden dat het de tussenwaardestelling tegenspreekt: als je kijkt naar de functie die gegeven een  $y$  uitrekenet welke  $x$  voldoet aan  $f(x) = y$ , kan deze grote discontinuïteiten bevatten, zoals in ons voorbeeld rond  $\frac{1}{2} + \rho_{99}$ .

Hoewel je soms de indruk krijgt dat intuïtionisme een uitgestorven tak van de wiskunde is, waar alleen een clubje rare Nederlanders aan deed (en wat Russen zoals Kolmogorov (en wat Amerikanen zoals Bishop (en Zweden (en Japanners (en ...))))), wordt er nog steeds interessant onderzoek verricht op dat gebied. Bovendien zijn er andere takken van de wiskunde waar een intuïtionistische aanpak natuurlijker is dan de klassieke. Als je kijkt naar de theorie van berekenbaarheid, krijg je in feite intuïtionistische logica met “we weten dat” vervangen door “een algoritme bestaat om”. Ook hippe moderne wiskunde als homotopietypetheorie en topostheorie kun je beter opvatten als intuïtionistisch, waar, als je dat echt heel graag wil, klassieke wiskunde pas met extra axioma’s in elkaar te zetten is.

<sup>4</sup>Het zal je niet verbazen dat de naam hiermee te maken heeft!

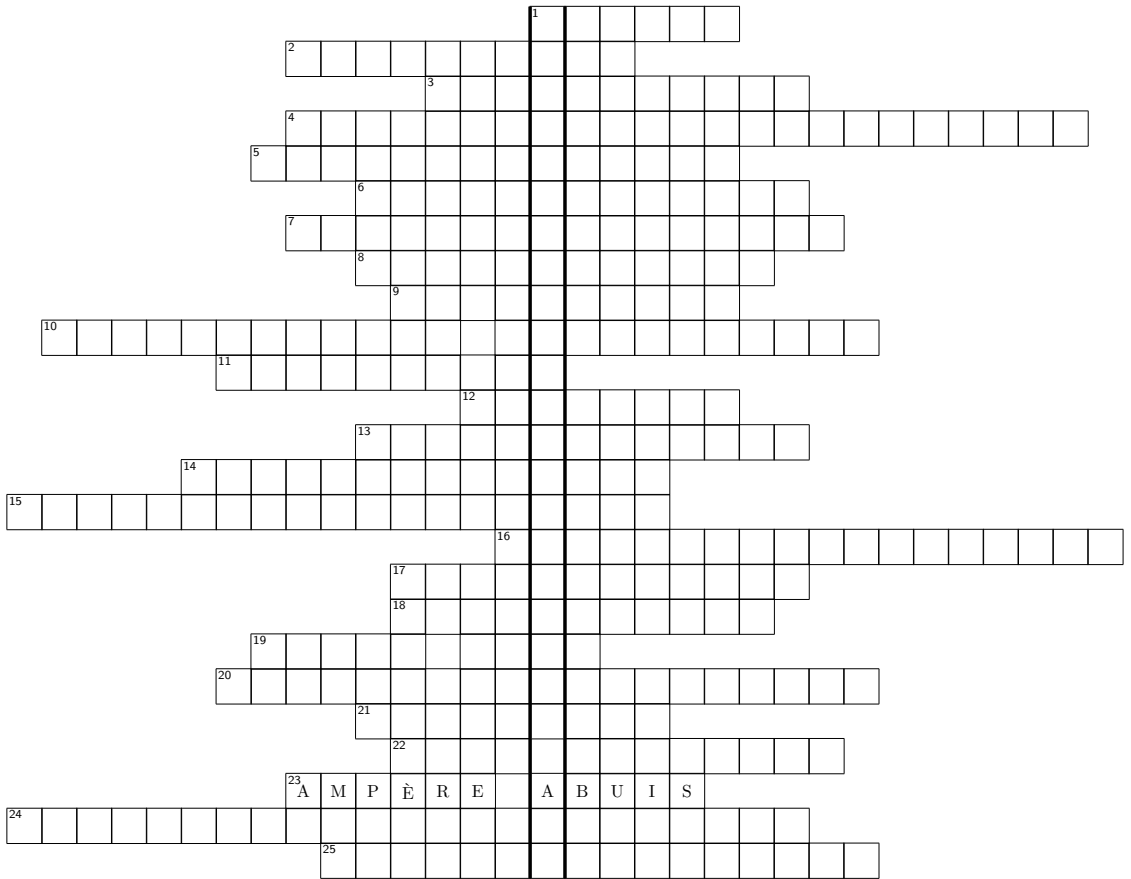
# Woordgraptogram

Peter Speets

Op verzoek van Rixt, Lotte, Michael, Luuk en Mariëlle is de puzzel van deze Vakidoot een woordgraptogram. Het thema is 'natuurkunde' (in een paar gevallen in de bredere zin van het woord). Stuur de oplossing naar [vakidoot@a-es2.nl](mailto:vakidoot@a-es2.nl). Als voorbeeld is één oplossing al ingevuld.

1. Eerstejaars lichtdeeltje (6)
2. Vreemde planeet (10)
3. Lichtinterferentiepatroon waarmee gamers met elkaar kunnen praten (11, Engels)
4. Verdeling waar je sterk van wordt na genoeg training (voor als je zwaar aan alle toestanden tilt) (23)
5. Atomaire kwantumtoestand gebruikt als geld (14)
6. Manier om (illegaal) elektriciteit te downloaden (13)
7. Quasi-klein onderdeel van Jamaica, Amsterdam of Delft (16)
8. Heelspinnig onderdeel van de biologie (12)
9. Halfspinnige deegwaren voor in de soep (10)
10. Ongein van een zekere natuurkundige (12, 11)
11. Alle stroomspanningen (10)
12. Die gozert van die notatie (8)
13. Interferentie met steun van een rijke sponsor (13)
14. Een beetje potentiële energie voor de armen (14)
15. Alpinist die degene is die aanklopt (19)
16. Totale energiefunctie om mee te verbranden (18)
17. Willekeurige verspreiding van pasta (9)
18. Het gevoel dat de tijd stropiger wordt (11)
19. De Black & Decker van een Deen (5, 4)
20. Computerkast uit de jaren '50 (voor Valve games) (19)
21. Wanordelijke strekdam (9)
22. Snelle vismethode, verboden door Frankrijk (13)
23. Verkeerde stroomsterkte (6, 5)
24. Apparaat om golven te bekijken en te kopiëren (23)
25. Luchtige anarchie (blijkbaar niet ideaal) (16)

Verticaal, tussen de balken: Schematische geluidsdrager van een interactie (25)





## India in Review

Jim Vollebregt

Als elfjarige scholier heb ik samen met mijn moeder de mooiste reis van mijn leven gemaakt: Een vakantie naar India. Mijn moeder was er in een ver verleden — haar eigen studententijd — al eens geweest. Na een paar dia-avonden was ik verkocht: ik wilde er ook naartoe. Dus had ik met mijn moeder afgesproken dat we samen zouden gaan als ik vijftien was ofzo. Maar ja, dat was wel erg lang wachten. Dus hebben we de trip vooruit geschoven naar de kerstvakantie van 2008, toen ik in groep 8 van de basisschool zat. Na al die jaren kijk ik natuurlijk enigszins nostalgisch terug op de hele ervaring, maar toch denk ik dat ik wel in staat ben een kritisch review te schrijven over dit land — mensen die mij een beetje kennen zijn het daar ongetwijfeld mee eens. Ik wil nog even vertellen waarom ik heb besloten een land te reviewen. De laatste tijd zit ik op mijn favoriete site YouTube regelmatig verslagen te kijken van films, boeken of TV-series. Bijna nog leuker dan de/het desbetreffende film/boek/serie zelf. En nu dacht ik; dat kan natuurlijk ook met een land.

Naar ik mij herinner heeft India een Gouden Driehoek met mooiste locaties. Deze hoekpunten van deze driehoek zijn de steden Delhi, Agra en Jaipur. Delhi is de hoofdstad van India. In Agra staat de Taj Mahal, en in Jaipur is de hoofdstad van deelstaat

Rajasthan waar de mooiste geborduurde en bestempelde kleden van India worden gemaakt, en je hebt er tevens een aantal paleizen van verschillende Maharajas.

## Delhi

Voordat ik je ga vertellen wat er in deze stad te zien is, moet ik eerst iets duidelijk maken over city-sightseeing in India. Je loopt nooit. Je wordt altijd getransporteerd, zij het per motorriksja of per fietsriksja. Een tripje met zo'n riksja kost — afhankelijk van hoe goed je kunt afdingen — zo tussen de 20 en 120 rupee (1 rupee is iets meer dan 1 eurocent). Op zo'n riksja hoef je nooit lang te wachten. Sterker



**Figuur 1** *Als je dit ziet vraag je je af waarom je eigenlijk niet bent gaan lopen.*

Inderdaad, het is nogal een drukte op straat. Mijn ervaring was dat iedereen aardig tegen je is, maar ook dat iedereen iets van je wil. Als je gewoon rustig op straat rond loopt en om je heen kijkt, is er vrij snel een vriendelijke meneer met een felgekleurd gewaad en versleten slippers die je aanspreekt om te vragen of hij je kan helpen de weg te vinden. "Nou, opzich, we waren van plan naar het Rode Fort te gaan," zou je dan kunnen zeggen. Het antwoord is dan natuurlijk "no problem, just follow me." Voor je het weet sta je in de winkel van de broer/neef/vriend van die meneer te wachten tot hij de riksja van zijn oom/kennis/buurman heeft laten komen om je te brengen.

De opvallendste highlight van Delhi die ik me kan herinneren was — volgens onze gids meneer Suri — "the highest stone tower in the world", genaamd Qutab Minar, die met 72,5 meter toch bijna 40 meter lager is dan onze eigen Utrechtse dom. Zoals de naam verraad heeft deze toren iets weg van een uit de kluiten gewassen minaret.

Ten tweede was er het Rode Fort, een ommuurde "stad" van rood zandsteen midden in Delhi. Deze

nog, er staan eigenlijk altijd wel een paar chauffeurs voor elk hotel te wachten om toeristen naar de lokale trekpleisters te transporteren. Wel even een waarschuwing: Elke chauffeur in Delhi weet het Rode Fort te vinden, maar er zijn er maar een paar die je hotel weer terug kunnen vinden als je eenmaal in de binnenstad bent. Welnu, als je per riksja door Delhi wordt vervoerd, kun je ongeveer het volgende straatbeeld verwachten:



stad bestond eigenlijk uit zes paleizen van marmer. Het fijne aan deze plek was dat het er zo rustig was; je hebt er geen last van het verkeer en je struikelt ook niet over de kleedjes van mensen die spulletjes willen verkopen.

De Humayun's Tomb hieronder vormde de inspiratie voor de Taj Mahal. Om eerlijk te zijn kan ik me weinig van dit paleis herinneren, maar het ziet er wel mooi uit.



Verder was er nog de India Gate — een soort kopie



van de Arc de Triomphe in Parijs. En natuurlijk Jama Masjid, de grootste moskee van India, die vanaf 1644 in 6 jaar tijd werd gebouwd door 3000 mensen die omgerekend een loon kregen van 1 paise (0,01 rupee) per dag.

Wat ik me echter het best herinner van de hoofdstad van India, was het gevoel van cultuurshock. Als ik het over deze vakantie heb met andere mensen, vertel ik altijd dat je echt merkt dat je niet meer in Europa bent. Delhi heeft ongeveer net zo veel inwoners als heel Nederland, en terwijl je er rondrijdt lijkt het wel alsof die allemaal in een gebied te grote van Utrecht wonen. De stroom valt regelmatig uit in Delhi — niet verbazend als je ziet dat elektriciteitsdraden als een soort lianen boven de straat hangen en met klussen en knopen over gammele palen hangen. Dat heeft weer tot gevolg dat er op elke straathoek wel een noodaggregaat staat te ronken. Verder wordt je volledig gebombadeerd door geuren en kleuren. Het meest armzalige kraampje wat je op straat vindt ziet er ongeveer zo uit:



## Agra

Deze middelgrote stad met zo'n 2 miljoen inwoners (ruim twee keer zoveel als Amsterdam) moet wel het culturele hoogtepunt van India zijn. En het kroonstuk van deze stad is natuurlijk de Taj Mahal, een van de zeven nieuwe wereldwonderen. Zie mij daar eens stoer met twee vingers de Taj Mahal optillen. Ik wil hier toch even opmerken dat mijn gevoel voor mode ongeëvenaard was toen ik 11 was. Ik bedoel, wie wil er nu niet zo'n pluizig rood vest dat bij het minste of geringste statisch geladen is. En dan mijn kapsel. Het verbaasde me dat niet iedereen met zo'n coupe rondloopt tegenwoordig.



Maar dat ter zijde. Je zou kunnen denken dat de Taj Mahal een paleis of een tempel ofzo is, maar het is een graftombe voor de vrouw van een zekere Maharaja. Deze man was van plan voor zichzelf een zwarte variant te laten bouwen aan de overkant van de rivier, maar voor het zover kwam werd hij door zijn zoon gevangen gezet zodat die India kon gaan regeren.

Naast Delhi en Agra zijn we ook in Jaipur geweest, waar je het Roze Paleis hebt staan:



Dit paleis ziet er gorter uit dan het is; de verdiepingen zijn maar 1,2 meter hoog ofzo. Ook heb je hier het Amberfort, waar we per olifant naartoe zijn gereden. Nog een grappig verhaal: Terwijl we op onze olifant zaten maakte een mannetje langs de kant van de weg een foto van ons. Hij riep nog iets van "remember me", maar ja, wij reden gewoon weer verder. In het Amberfort werden we rondgeleid door Weena, de eerste vrouwelijke gids daar. Na Jaipur maakten we een autorid van een uur ofzo naar Fatehpur Sikri, waar we over een markt rondliepen. Ineens werden we aangesproken door

een mannetje — het mannetje dat ons op de foto had gezet terwijl we op de olifant zaten. Voor 200 rupee hebben we dan toch maar die foto gekocht.

Een laatste hoogtepunt wat ik wil bespreken is Fatehapur Sikri. Dit is eigenlijk een paleis wat op de top van een berg gebouwd is. De duur en arbeidsintensiteit van de bouw van dit paleis zal vergelijkbaar zijn geweest met die van de moskee waar we het eerder over hadden. Een probleempje: Naar de top van de berg kon geen watertoevoer worden georganiseerd. Ene Akbar heeft er 14 jaar gewoond, samen met zijn harem van 5000 vrouwen, daarna is het paleis een spookstad geworden.

## Natuur

De foto op de eerste pagina van dit review is gemaakt in een vogelpark in India. Dit was misschien wel het leukste uitstapje van de vakantie. Zoals je ziet werd ik op de fietsriksja rondgereden, wat me de bijnaam “young Maharaja” opleverde. We hebben in dit vogelpark van alles gezien. Een worgslang van vijf meter, een varaan, verschillende


soorten herten en iets van honderd soorten vogels, van uilen en een arend tot pelikanen en ijsvogels. We zijn ook nog in een tijgerpark geweest, maar daar hebben we helaas geen tijgers gespot.

De laatste foto die ik met jullie wil delen is van een typische vrachtwagen in India. Deze staat toch we symbool voor de efficiëntie waar alles mee vervoerd wordt in dat land:






# De Fotostrip



Jim, ik ben op zoek naar een vijfletterwoord: Geroosterd brood met kaas en ham ertussen!

Ja, volgens mij weet ik de letters!


Probeer eens: stoti!



Huh, maar Kur Stoti een Litouws tijdschrift!

O ja, sorry, dat wist ik!


Probeer eens: totis!



Huh, maar Totis de la Costeña is een Mexicaanse chips!

O ja, sorry, dat wist ik!

Probeer eens: sotti!



Huh, maar Fabrizio Sotti is een Italiaanse jazzgitarist!

O ja, sorry, dat wist ik!

Einde