VAK IDI OOT

STUDIEVERENIGING A-ESKWADRAAT

JAARGANG
2023-2024
NUMMER 1

SJAARSSTATISTIEK
KRISKRAS KROMMEN
DOORGEREKEND
DRONKEN RANDOM WALK

In dit nummer

Uitgave 13 november 2023
Oplage 330
Deadline 8 januari 2024

De Vakidioot is een uitgave van
Studievereniging A–Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht

Telefoon (030) 253 4499
Fax (030) 253 5787
Website a-eskwadraat.nl/vakid
E-mail vakid@a-eskwadraat.nl

Wil je de Vakidioot niet meer ontvangen of ben je verhuisd? Pas dan je gegevens aan op `www.a-eskwadraat.nl`.

Redactie
Lisette Helder
Maarten Peet
Senna van Os
Ilse Zuijderduin
Margo van Assenbergh
Ruben de Vries
Wout Koekoek
Hugo van der Wilt
Paul Stapel

Voorzitter
Margo van Assenbergh

Eindredactie
Maarten Peet
Hugo van der Wilt

Secretaris-Generaal
Ruben de Vries

Kopijmeesteres
Senna van Os

Omslag
Wout Koekoek

Met dank aan
Andrea Wiendels
André van Ginkel
Bram Janssen
Jan Pieter van der Plas
Lotte Polling

Redactioneel

Lieve lezer,

Het is zover: de eerste echte editie van dit academisch jaar is er weer, met deze keer het thema *Kriskras* – een thema waar je zelfs mee weg zou kunnen komen als je allerlei artikelen publiceert die niets met het thema te maken hebben. Gelukkig is dat niet het geval en we hebben ons uiterste best gedaan om ook themagerelateerde artikelen te schrijven. Zo is er een artikel over tropische meetkunde met kriskras krommen en een reisgids om kriskras door Europa te reizen.

Natuurlijk hebben we zoals elke eerste editie van het jaar *de sjaarsstatistiek*, daar leren we onze nieuwe sjaars kennen. Verder is de doorgerekend weer terug van weggeweest! Daarin lees je een zeer nauwkeurige berekening over de effectiviteit van tandenpoetsen met, of zonder elektrische tandenborstel. Ook is er onderzocht waar je op het dartbord moet mikken als je niet zo goed kan darten. En als je nog wat tips nodig hebt over het schrijven van Sinterklaas gedichten, dan is het ”How to”-artikel een aanrader.

Dat waren zo kriskras al wat onderwerpen, maar we hebben ook nog nieuwe leden te introduceren. Deze editie verwelkomen we Hugo van der Wilt en Paul Stapel bij de commissie! Ze hebben deze editie geschreven over fractals en kraslootjes, ook om niet te missen. Ook wensen we veel liefs aan de oud-voorzitter Lotte Polling, die deze editie ene mooie tekening gemaakt heeft.

Toedels en namens de redactie veel leesplezier,
Margo van Assenbergh
Voorzitter Vakidioot

Van de voorzitter

Bram Janssen

Hoi lieve leden!

Wat leuk dat jullie de tijd nemen om mijn stukje te lezen. Dit is pas het eerste stukje dat ik als voorzitter schrijf, maar het zal zeker niet het laatste zijn. Ik hoop dat jullie het kouder wordende weer een beetje volhouden. Als jullie het toch te koud vinden, kom dan gezellig een keer langs bij de gezelligheidskamer. Het is hier altijd warm genoeg, ongeacht hoe koud het buiten is.

Het jaar is eindelijk een beetje aan het opstarten en we hebben al veel leuke dingen gedaan. We hebben de intro gehad en veel leuke activiteiten van de StartCie zoals de grachtiviteit, het grasveldfeest en de bierdropping. We hebben natuurlijk ook een succesvolle wissel AV gehad, anders had ik dit niet geschreven. We waren helaas toen nog niet in pak, maar inmiddels hebben we ze binnen. Als je binnenkort een diploma ontvangt, dan zul je mij en een medebestuurslid wel in onze mooie pakken zien.

Het bestuursleven is wel wennen vergeleken met het standaard studentenleven. Vorig jaar kon ik gewoon lekker thuis blijven als ik geen zin had om naar de universiteit te gaan, of pas om 13 uur aankakken bij mijn college. Nu ben ik de meeste dagen van 9 uur tot 17 uur aanwezig op de uni. Het voordeel daaraan is dat bestuurswerk uitvoeren na 17 uur en in het weekend streng verboden wordt door oud bestuur. Een vast ritme hebben is eigenlijk wel fijn, ondanks dat ik de meeste dagen om 7 uur op sta omdat ik nog niet in Utrecht woon. Hopelijk komt daar binnenkort wel verandering in.

In tegenstelling tot mijn lullenpotten houd ik het hier wel kort, ik wil namelijk ook ruimte overlaten voor mijn foto! Veel plezier met het verder lezen van ons enorm leuke verenigingsblad. Ik heb later in deze editie nog een gastartikel, voor als je geen genoeg kan krijgen van het lezen van mijn stukjes. Ik hoop jullie allemaal te spreken dit jaar!

Groetjes,
Bram Janssen
Voorzitter A–Eskwadraat

PS: als je dit leest in de kamer en je ziet mij zitten, zeg "papaya" tegen me.

Fractals: van broccoli tot bronchiën

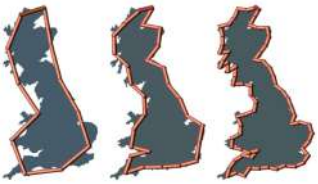
Hugo van der Wilt

Waarschijnlijk heb je er wel eens van gehoord, fractals. Die rare objecten die oneindig lang door lijken te gaan. Je vindt ze overal, kriskras in de natuur: een broccoli, de bronchiën in je longen, de Afrikaanse architectuur, de kustlijn van Groot-Brittannië en natuurlijk de welbekende Poincaré-afbeelding van een chaotisch systeem[1]. Maar wat zijn fractals nu eigenlijk? Kun je ze wiskundig beschrijven en kan je er iets mee?

Kustlijnparadox

We beginnen met misschien wel de bekendste 'paradox' omtrent fractals. Deze is zelfs zo bekend dat die ook elk jaar op de open dag van natuurkunde te zien is.

Stel, je bent de koning van Groot-Brittannië en je vraagt je af: wat is de omtrek van mijn land eigenlijk? Oftewel, als je met een touw langs de rand van jouw land/kust gaat, hoe lang moet je touw dan zijn? Nu wil je, als een ware natuurkundige, eerst een schatting maken. Zo pak je een aantal (infinitesimaal dunne) stokken van een bepaalde lengte, leg je deze langs de kust kriskras tegen elkaar aan en tel je hoeveel dit er zijn. Dit vermenigvuldig je dan met de lengte van de stokken om een schatting te krijgen.



Figuur 1 *Kust van Groot-Brittannië met drie maten van precisie.*

Nu volgt vrij direct dat hoe korter de stokken, hoe beter de schatting, toch? Maar nee, je komt op steeds een groter antwoord uit. Waarom is dit zo? Dit moet dan wel een paradox zijn, de kust heeft immers geen oneindige lengte, toch? Om dit uit te kunnen leggen moeten we eerst iets meer weten over fractals.

Wat is een fractal?

Ten eerste, wat is een fractal eigenlijk? Na wat zoeken heb ik op een zeer wiskundige website[2] een definitie gevonden. Helaas stond deze definitie wel in het Spaans, maar ik heb de tijd genomen om het helemaal zelfstandig (met Google translate) te vertalen[3] naar het volgende.

Definitie (Fractal, Spaans[4] maar vertaald) *Een fractal is een geometrisch object waarvan de basisstructuur, gefragmenteerd of ogenschijnlijk onregelmatig, op verschillende schalen wordt herhaald.*

Er blijkt echter geen consistente wiskundige definitie te zijn. Daarom zullen wij deze beschrijving losjes gebruiken en vooral intuïtief aan de slag gaan. Nu we gewapend zijn met de definitie kunnen we op onderzoek uit naar fractals. Laten we eerst naar wat voorbeelden kijken.

De Mandelbrot verzameling

Een van de meest bekende voorbeelden van een fractal is de Mandelbrot verzameling. Deze verzameling is in 1980 door Benoît Mandelbrot met zijn computer onderzocht. Zoals de meeste wiskundige dingen is dit object alleen vernoemd naar de verkeerde persoon! Zo heeft Pierre Fatou in 1908 deze verzameling al bestudeerd in zijn onderzoek naar recursieve vergelijkingen, best Fatoe.

De Mandelbrot verzameling wordt gegeven door alle complexe getallen c waarvoor de recursieve reeks

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \qquad z_0 = 0,$$

begrensd is.

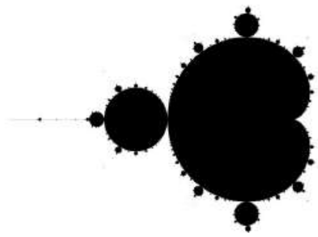
[1] Ik wist echt wel dat dit een ding was en heb helemaal niet Wikipedia gebruikt voor voorbeelden...

[2] `https://ninos.kiddle.co/Fractal`

[3] Ik heb voor de zekerheid toch aan Anouk en Isabelle gevraagd of deze vertaling klopte en zij waren het ermee eens behalve dat de toon van "Aparentemente irregular" niet helemaal goed vertaalde.

[4] Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas.

Men krijgt dan de volgende fractal.



Figuur 2 *De Mandelbrot verzameling*

In het figuur is duidelijk te zien dat de Mandelbrot verzameling een fractal is aan de rand.

De Sierpiński driehoek

Een ander bekend voorbeeld is de Sierpiński driehoek. Deze driehoek, vernoemd naar de bekende Poolse wiskundige Wacław Franciszek Sierpiński, kan op een iteratieve manier gebouwd worden. Begin met een gelijkzijdige driehoek. Knip nu uit deze grote driehoek een kleinere, ondersteboven driehoek van half het formaat. Nu heb je als het goed is drie gelijkzijdige driehoeken over. Herhaal de laatste stap op deze drie driehoeken zodat je er negen overhoudt. Doe dit nu op de laatste negen zodat je er 27 overhoudt, enzovoort. Hieronder is te zien hoe dit patroon zich herhaalt voor de eerste vijf stappen.

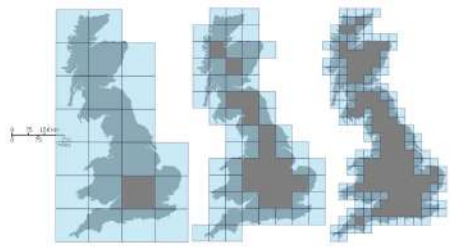
Figuur 3 *De eerste vijf stappen van de Sierpiński driehoek*

Uit het figuur is duidelijk hoe de grote driehoek zichzelf drie keer bevat. In iedere hoek zit namelijk één kopie, waarvan de lengtes van de zijden gehalveerd zijn ten opzichte van de grote driehoek.

Nu kan u zich afvragen, hoe kan ik fractals karakteriseren? Zijn er bepaalde interessante waarden die ik kan koppelen aan zo'n fractal? De eerste pogingen zijn waarschijnlijk kardinaliteit en (lebesgue)maat[5]. Een snelle berekening laat zien dat deze compacte verzameling een overaftelbare kardinaliteit heeft, maar een maat van 0. Daar schieten we dus niet veel mee op. De heren Hermann Minkowski en Georges Louis Bouligand hebben hier een oplossing op bedacht, de doosjesdimensie

Doosjes dimensie

Stel, ik heb een vierkant, en ik verdubbel alle zijden met een factor a, dan weet ik dat de oppervlakte vergroot wordt met een factor a^2. Zoiets soortgelijks kan ik zeggen over een kubus waarbij de inhoud vergroot met een factor a^3. Nu is het geen toeval dat een vierkant in 2 en een kubus in 3 dimensies leeft. Dit inspireerde de volgende definitie. Laat S een fractal zijn en noem $N(\epsilon)$ het aantal doosjes/vierkantjes van lengte ϵ die nodig zijn om S te bedekken. Hieronder is een voorbeeld te zien hoe we Groot-Brittannië kunnen bedekken met verschillende groottes van doosjes.



Figuur 4 *Een doosjesbedekking van Groot-Brittannië, waarbij de 'interne' doosjes niet getoond worden.*

Nu kunnen we de doosjes-dimensie van S als volgt definiëren:

$$\dim_{\text{doosje}}(S) := \lim_{\epsilon \to 0+} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} = \lim_{n\to\infty} \log_n N(1/n).$$

Intuïtief is deze dimensie gelijk aan het getal d waarvoor $N(1/n) \approx Cn^d$. De dimensie van de Sierpiński driehoek is dan $\frac{\log 3}{\log 2}$. Dit kan gezien worden uit het feit dat voor de dimensie d moet gelden dat $2^d = 3$. Een verdubbeling van de zijden van deze driehoek geeft immers 3 identieke kopieën. Echter blijkt deze definitie niet perfect te zijn voor 'abstractere' verzamelingen zoals de Mandelbrot verzameling. Daarom heeft de heer Hausdorff een generalisatie gemaakt. Hieruit blijkt trouwens dat de rand van de Mandelbrot verzameling dimensie 2 heeft.

Kustlijnparadox: beantwoord

Om het cirkeltje weer mooi rond te maken wil ik eindigen met 'het antwoord' op het kustlijnparadox. Men heeft met de computer de dimensie van Groot-Brittannië berekend, wat uitkwam rond de $1{,}26$.[6] Aangezien we de kustlijn meten met stokken, ofwel 1-dimensionale objecten, en $1{,}26 > 1$, verklaart dit waarom de schatting niet convergeert maar divergeert (met ongeveer een factor van $1{,}26$) naar oneindig.

[5]Mocht je niet weten wat deze maat is, dan verwijs ik u door naar twee edities terug.
[6]Tevens blijken de dimensies van de kust van Zuid-Afrika en Australië gelijk te zijn aan $1{,}14$ en $1{,}03$ respectievelijk.

Kriskras reizen

Via Heidelberg en Padua naar Bologna

Senna van Os

Een calamiteit: de MyUU-app vertelt je dat je college hebt op de Bolognalaan. Uitgerekend vandaag heb je geen fiets, die is immers stuk gegaan tijdens die stuntrace door het trappenhuis van de hoogbouw op de Ina Boudier-Bakkerlaan. Was best een dingetje, dat ongeluk, je hebt er namelijk een flink geheugenverlies aan over gehouden. Dan maar de ouwe benenwagen. Eén probleem: hoe kom ik daar ook alweer? Je typt in Google Maps 'Bol...' en meteen wordt je zoekopdracht automatisch ingevuld. De volgende zeer praktische route wordt beschreven.

Onderweg kom je langs bekende locaties. Op Google Maps herken je bijvoorbeeld Leuven. Ja, het komt weer terug, die irritante weg die je altijd moet oversteken als je vanaf BBG naar BOL liep. Dit moet goed zijn! Ook herken je Heidelberg, een geliefde plek waar je veel Broodjes Ben hebt gechapt en waar je vele uren achter elkaar heb geprocrastineerd in de Universiteitsbibliotheek.[1] Na een lange trek door de Alpen (er blijken weinig rechte wandelroutes daar te zijn), kom je aan bij Padua. Je hart verzinkt, heb je een rondje gelopen? Padua is de tramhalte voor Heidelberglaan! Je trotseert je zorgen, en na 5716 kilometer lopen[2] bereik je de eindbestemming. Bologna! Maar huh!? Wat doet al dit middeleeuws metselwerk hier? BOL is een kutgebouw, maar geen Letterlijke ruïne...

Je bent er ingetuimd. Google Maps heeft je ziek slecht gestuurd. Waarschijnlijk heeft de WebOps een virus in je Maps geplaatst waardoor elke route automatisch de vorm krijgt van de wiggle van het A–Eskwadraat logo! Verdraaid. Met het vliegtuig terug dan maar...

Dit plaatje wordt mede mogelijk gemaakt door André van Ginkel, die de A–Eswiggle met pijn en moeite als rastergraphic heeft geïmporteerd in Google Maps. De wandelroute die bovenop is geplaatst, is gecureerd door mijzelf. Helaas is Google Maps hier vrij beperkend in, vandaar dat de labels 'AAAAAAAAB' lezen.

[1]Pasta by Design' van George Legendre is zeer aan te raden als wiskundige tekst. Waarom zou je over maattheorie leren als je ook een topologische analyse van pastavormen kan lezen?

[2]Wat ruim anderhalve maand aan ononderbroken wandelen is

Sjaarsstatistiek

Senna van Os

Het nieuwe academisch jaar is begonnen en daarmee hebben we ook een nieuwe lading eerstejaars studenten ontvangen. Bij de Vakidioot maken we er een punt van om jaarlijks dit nieuwe vlees te keuren en te leren kennen. Nou, lieve sjaars... ik ben blij om te melden dat jullie een hele gezellige generatie zijn, ik ben erg hoopvol voor de toekomst van A–Eskwadraat. Neem hier een kijkje in de volgende generatie, steekproefmatig bepaald met een Google Forms enquête.

Dit jaar hebben 76 sjaars de enquête ingevuld. Hoera, vijf meer dan vorig jaar! Alhoewel ik weet dat één hiervan dubbel is geteld. Er is namelijk één sjaars die zelf in een van de open vragen bekende de enquête twee keer ingevuld te hebben. Foei, sjaars. Als iedereen dat zou doen, zou de enquête geen statistisch verantwoorde steekproef van jullie meningen en eigenschappen meer zijn!

Ten eerste, hoe oud zijn onze sjaars? Nou, zoals verwacht is de leeftijd van nieuwe studenten normaal verdeeld met 18 jaar als het gemiddelde. Opmerkelijk is wel hoe elk jaar sommige mensen de simpele vraag 'Wat is je leeftijd?' toch zo anders interpreteren. Dit jaar wil ik graag het antwoord van J.B. (ik gebruik enkel de initialen voor privacyredenen) uitlichten: hij heeft gereageerd met diens eigen volledige naam. Of, iemand anders heeft juist gereageerd met J.B.'s naam om hem te plagen. De enquête is immers wel anoniem. Door de jaren[1] heen leer je bij de Vakidioot dat de mogelijkheden van de sjaarsstatistiek eindeloos zijn.

Waar komen onze sjaars vandaan? Vooral Utrecht, met op de tweede plek beide Holland provincies. Ook beweert er één sjaars uit 'Drenthe' te komen... wat dat ook mag betekenen. Stuur alsjeblieft je beste ideeën naar vakidioot@a-eskwadraat.nl. De redactie waagt zich al weken aan dit hersenkrakende vraagstuk.

Op het dwangmatige verzoek van ons lieve bestuur[2] hebben we de volgende vraag toegevoegd: 'Wat zijn je verwachtingen van A–Eskwadraat als studievereniging?' Hoewel de serieuze antwoorden zeer nuttig zullen zijn voor hen, is dit geen serieus artikel. Daarom wil ik graag de neuzen wijzen op mijn favoriete antwoorden: 'Idk', 'Nee', 'Nerds', 'Bier', 'Ja echt gewoon super episch', 'Een informatieve en gezzelige vereneging.' (let op je spelling, lieve sjaars), en, tot slot mijn favoriet: 'Uh gezellige bende alto's'. Ik weet niet wanneer of hoe deze sjaars de indruk kreeg dat A–Es gevuld is met alto's, en ik wil niet de brenger van slecht nieuws zijn, maar ik denk dat je wel flink teleurgesteld zult zijn op dit moment. Ik geef je het volgende advies: wees de verandering die je wil zien in de wereld. Wéés de gezellige alto, wees die ubercoole persoon, maak gezellige alto vrienden en introduceer ze bij A–Es. En... app mij op mijn nummer (te vinden op de A–Es site). Pls.[3]

Ik wil nu graag een paar vragen overslaan ('Wat studeer je?', 'Wat was je favoriete vak op de middelbare school?', et cetera) omdat er niet zo veel leuke of grappige antwoorden waren. Dit is geen persoonlijk falen van jullie, lieve sjaarsjes, het waren ook gewoon saaie vragen. Ik zal het beter doen volgend jaar.

Het volgende onderdeel is een van mijn favorieten: het middelen van de favoriete golflengte van alle sjaars in het jaar. Het gemiddelde antwoord was... 510 nanometer. Deze komt overeen met de gifgroene kleur in de header. Fun fact: dit is het meest groenige

[1] Huh? Ik ben maar één jaar deel van de redactie? Shhhh.

[2] Geweldig bestuur, waanzinnig beleid!

[3] Als XeLaTex emoji ondersteuning had, zou ik hier een bedelend gezicht met twee handjes waarvan de wijsvingers naar elkaar wijzen plaatsen.

groen wat fysiek mogelijk is, met een waarde van 0 in rood en blauw en een waarde van 255 in groen op de RGB-schaal. Jullie zijn een stel jaloerze sjaarsjes, schijnt. Ik wil jullie er ook graag op attenderen dat, hoewel antwoorden in Herz makkelijk omgezet kunnen worden met de formule $\lambda = c/f$, er HEEL DUIDELIJK gevraagd wordt naar een golflengte. Er zitten er elk jaar een paar tussen, en ik zou nooit boos of teleurgesteld zijn op jullie kids, maar ik hoop voor jullie eigen bestwil dat degenen die dit antwoord gaven geen natuurkunde gaan studeren.

Maar liefst 28 sjaars schatten hun aantal selfies-per-minute (SPM) op nul. Interessant, aangezien deze vraag bedoeld is als levensgemiddelde. Zijn er echt 28 sjaars die nooit van hun leven een selfie hebben genomen? Nóóit? Het hoogste antwoord op deze vraag was 72819. Ik heb maar één woord: wouuuuuhhhhhhghhhhhhhhhhhhhhh...?!

De volgende vraag betrof de app waar de sjaars het meeste schermtijd op hadden de afgelopen week. Deze leek me leuk, omdat we allemaal bèta-nerdjes hebben op deze studies, dus er waren gegarandeerd een paar leuke antwoorden. Veel lof voor de mensen die Tor browser als hun meest gebruikte app hadden, hip hip hussyy voor je persoonsgegevens beschermen van big tech! Ook een shoutout voor de persoon die Blackboard in hun eerste week al zó veel had gebruikt dat deze boven aan de lijst stond. Je gaat het ver schoppen in deze studie en je hebt al meer motivatie laten zien dan ik in mijn gehele academische carrière. De normale antwoorden zaten er ook tussen: YouTube, Tiktok, Instagram... en een geïnspireerd persoon antwoordde zelfs met Pinterest. Proficiat, alle coole mensen die ik ken gebruiken Pinterest! Misschien ben jij wel de coolste sjaars van iedereen. Tot slot, had één sjaars geantwoord met 'crab war'... Heel goed, bijna niemand speelt meer obscure mobile games.

De antwoorden op de vraag van welke emoji de beste was, vielen me tegen. Maar ééntje vond ik heel grappig: bierbuikemoji. Leuke interpretatie, in mijn kringen is dit de mpreg emoji. Ik denk dat je met jouw kijk op het leven toch een meer voldoenend bestaan leidt.

Traditiegetrouw hebben we ook gevraagd wat de favoriete pastavorm is van de sjaars. Vorig jaar antwoordde iemand risotto, dus ik twijfelde of deze vraag er opnieuw in moest. Ik besloot om jullie nog een laatste kans te geven om je te gedragen, en de antwoorden waren normaal[4]! Yayyy! Sommige mensen gaven zelfs best een uniek antwoord, zoals de Spongebobvormpjes van de C1000. Wat een throwback!

De volgende vraag kwam voort uit het thema van onze introductie dit jaar: welk muziekgenre wint de strijd, EDM, hiphop, country of disco? Hoewel hiphop de introductie competitie heeft gewonnen, kwam deze laatste in de enquête. Helaas is jullie prijs bij deze ingetrokken. De introductie van het jaar 23/24 is officieel gewonnen door... alle primaire kleuren! Primair tegen paars. Primair tegen paars.

We sluiten af met de open vragen. Och, sjaarsjes, wat heb ik (zoals altijd) GENOTEN van jullie antwoorden. De sjaarsenquête is een unieke mogelijkheid in het jaar om je ei kwijt te kunnen in de jaarlijkse sjaarsgeschreven column 'Wil je nog wat kwijt?' Of je nou je hart wilt luchten over hoe gestrest je bent over komend jaar, of over hoe sexy je mentor was en hoe hard je hen op de bek hebt gepakt bij het intro eindfeest, is dit hét moment om je relaas te openbaren. Dankjewel voor de twee à drie sjaars die hebben gezegd dat ze van ons houden, jullie kunnen je liefdesbrieven sturen naar het e-mailadres dat eerder in dit artikel genoemd was. Ook dankjewel voor de sjaars die ons een '2de hands Donald Duck' noemde. De Donald Duck is erg leuk, en een groot gemis in de kamer na de blaadjesbezuinigingen van het huidige bestuur[5]. Mijn condoleances voor de sjaars die graag van hun rugklachten en SOA's af willen, dat zijn moeilijke dingen om mee te dealen.

Als laatste, licht ik in korte bullet points de beste grappen van de sjaars uit. Geniet:

- Je moeder
- De vakinhoudelijke artikelen van de vakidioot
- Ik ga schrijven voor deze comissie
- Vakidioot
- A–Eskwadraat
- Nee
- Deze enquête. (Deze kregen we twee keer)
- De Wereld Bosatlas
- Er komt een vis bij de dokter. :(

[4]Letterlijk. Eén sjaars heeft geantwoord met 'Normaal'. Wat is normale pasta? Welke is dat?
[5]Kut bestuur, wanbeleid.

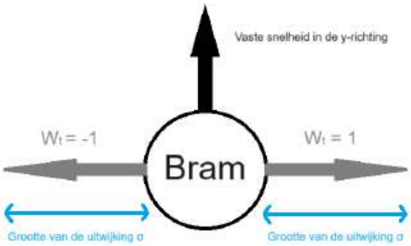
Kriskras: de random walk van een dronken Bram

Lisette Helder

Het is vier uur 's nachts en de TL-lichten van de Poema gaan aan. Bram staat midden in de zaal en geeft zichzelf een schouderklopje omdat hij de Poema heeft uitgespeeld. Nu kan hij met een gerust hart naar huis gaan. Hij heeft echter zoveel biertjes gedronken dat hij niet meer recht kan lopen. Hij wijkt steeds willekeurig uit naar links of rechts; het lijkt wel een random walk. De Vakidioot zou de Vakidioot niet zijn als we ons niet af zouden vragen hoe de wiskundige beschrijving van deze dronkenmansloop eruitziet.

Brams random drunk walk

De beweging van Bram die dronken van de Poema naar zijn fiets probeert te komen is een soort random walk. Hij loopt met een vaste snelheid naar voren (in de y-richting), alleen wijkt hij steeds naar links of rechts uit. Het lijkt wel op het zoekpad van een foeragerend dier. Sterk geïnspireerd door de wiskundige beschrijving van een random walk kunnen we wat dingen een naampje geven zodat we een formule op kunnen stellen. Ten eerste noemen we W_t de richting waarin Bram afwijkt op tijdstip t. Als Bram naar links uitwijkt, is $W_t = -1$, en als Bram naar rechts uitwijkt, is $W_t = 1$. We gaan ervan uit dat W_t willekeurig is; we weten immers nooit of Bram naar links of rechts uitwijkt[1]. Ten tweede noemen we de grootte van de uitwijking van Bram σ. We nemen aan dat Bram altijd even grote stappen zet, oftewel dat σ constant is.



Figuur 1 *Bram beweegt met een constante snelheid in de y-richting en kan naar links of naar rechts stappen met richting W_t op tijdstip t en de grootte van de uitwijking σ.*

In figuur 1 is een situatie schets van Bram weergegeven. De grootte van de stap dx_t die Bram naar links of rechts zet op tijd t kunnen we nu opschrijven als de grootte van de stap (σ) maal de richting van de stap (dW_t):

[1] Mocht er iets of iemand in de weg staan, loopt Bram daar gewoon doorheen. Ook krijgt Bram het niet voor elkaar een stap te zetten zonder afwijking.

$$dx_t = \sigma dW_t. \quad (1)$$

We missen alleen nog iets: Bram heeft de neiging om niet te ver van zijn geplande pad af te wijken. Hij is immers vastberaden om bij zijn fiets aan te komen. Hoe verder hij uitwijkt naar links of rechts, hoe harder hij probeert te corrigeren naar het midden. De beweging is dus niet geheel willekeurig. We moeten een extra term in de formule toevoegen waarmee Brams vastberadenheid wordt beschreven.

Brams vastberaden random drunk walk

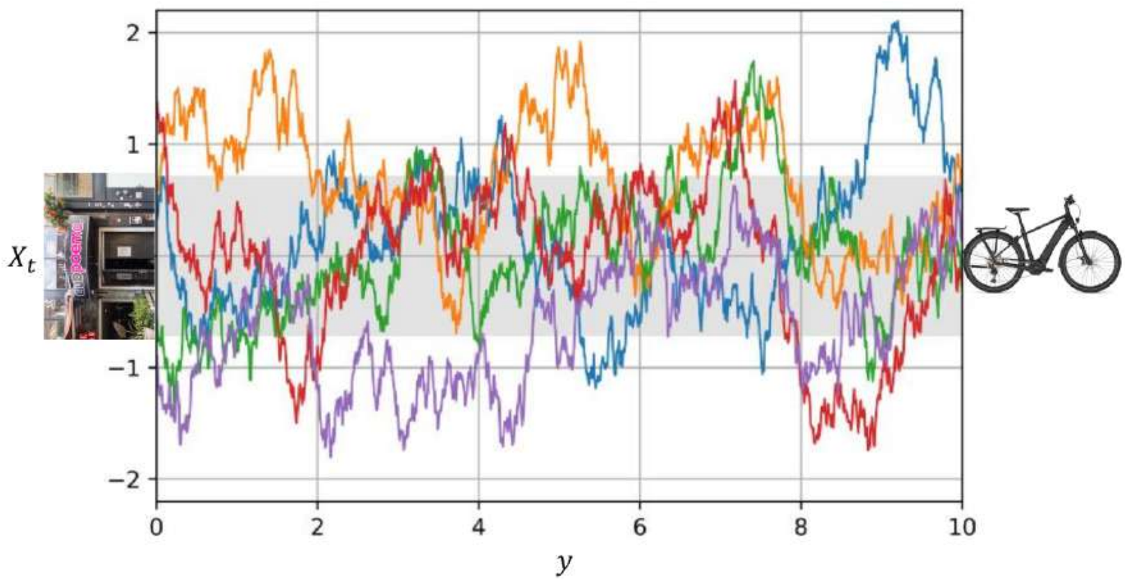
Bram, zo ritmisch als hij is, doet altijd precies één seconde over een tijdstap. Dat wetende kunnen we stellen dat hoe verder Bram afwijkt van het midden (dat wil zeggen: hoe groter de x_t), des te groter de stap is die hij vervolgens richting het midden neemt (dat wil zeggen: hoe groter dx_t). Als het goed is, is de correctie dx_t altijd in de tegenovergestelde richting van de uitwijking x_t. In de formule komt er dus een minnetje te staan voor de x_t. Verder hangt de grootte van een correctieve stap af van hoe goed Bram tegen alcohol kan. Brams alcoholweerstand noemen we θ. Als θ een groot getal is, heeft Bram een sterke neiging om in een rechte lijn te lopen, terwijl een kleine θ een zwakke neiging tot een correctieve stap aangeeft. De stap dx_t die Bram zet is nu de som van zijn random walk – zoals in (1) – en een eventuele correctie. Dit wordt dan

$$dx_t = \sigma dW_t - \theta x_t. \quad (2)$$

Plotten

In het figuur hieronder zie je de formule voor Brams vastberaden random walk vijf keer. De grafieken zijn niet hetzelfde omdat ze willekeurig zijn. Iedere keer dat je het grafiekje plot, zal de beweging per toeval anders zijn. De richting van afwijking W_t is immers willekeurig. Wel zie je dat alle lijnen niet al te ver van het midden afdwalen, omdat Bram aan het corrigeren is.

Wanneer je weer eens per ongeluk in de Poempoem staat tot de lichten aanngaan, nodig ik je uit om goed op te letten of je Bram ziet. Je kunt hem vragen hoe het ervoor staat met zijn θ, of een weddenschap starten over hoe groot zijn maximale x_t zal zijn. Dat vindt hij vast leuk.



Figuur 2 *Vijf mogelijke bewegingen van Brams vastberaden random drunk walk. Bram loopt met een constante snelheid in de y-richting met afwijking x_t.*

Doorgerekend: elektrisch of met de hand poetsen

Maarten Peet

Terug van weggeweest en beter dan ooit: na een (lange) zomerstop staan wij bij *Doorgerekend* weer klaar om de lastigste zaken tot op de bodem door te rekenen. Deze keer buigen we ons over de elektrische tandenborstel: doet die wel echt wat ons wordt beloofd? Het is niet moeilijk om met enige weemoed terug te denken aan de tijd dat je met de hand kriskras door je ivoren inboedel raasde, maar omdat tandartsen het aanbevolen[1] en luiheid nou eenmaal menseigen is, ligt die tijd achter ons –bijna iedereen poetst tegenwoordig elektrisch. Levert dit nu echt veel schonere tanden op, of was het allemaal een grote marketingtruc om ons die vreselijk dure opzetborsteltjes aan te smeren?

Om te beginnen moeten we vaststellen dat de eenkoppige redactie van *Doorgerekend* precies bevoegd is tot dat: het doorrekenen van het één of het ander. Dat dit artikel dus weinig betrekking heeft op de tandheelkundige werkelijkheid van eenieders gebit mag voor zich spreken. Dat gezegd hebbende, zullen we wel even moeten nadenken over het volgende: hoe kwantificeren we veel of weinig gepoetste tanden?

Wat houdt poetsen in?

Om te bepalen of de elektrische tandenborstel nou veel of weinig poetst, is het van belang de grootheid te bepalen waar we mee aan de slag gaan. Het begint allemaal met het borsteltje dat een bepaalde grootte heeft, en daarmee een bepaald oppervlakkte A wat over je tanden beweegt. Uiteraard geldt: hoe groter het borsteloppervlak, des te groter de hoeveelheid gepoetst oppervlak. Eigenlijk zou je hier nog kunnen vermenigvuldigen met de dichtheid van de haartjes in het borsteltje – er zit altijd wat lege ruimte tussen – maar we benaderen hier dat elk borsteltje dezelfde haardichtheid heeft.[2]

Om te gaan poetsen bewegen we dit borsteltje over onze tanden wat tot het uiteindelijke gepoets leidt. Dit zou je kunnen zien als een integraal van het oppervlak van het borsteltje over het pad P, zodat het totale gepoets $\mathcal{P}$ te berekenen is als

$$\mathcal{P} = \int_P A \, dx.$$

Voor het gemak nemen we aan dat het poetsoppervlak niet afhankelijk is van de locatie van je tandenborstel (dus niet met je tandenborstel in de lucht gaan zwaaien) zodat we kunnen schrijven

$$\mathcal{P} = |P|A$$

waar $|P|$ de lengte van het poetspad is. Interessant is overigens dat de hoeveelheid van gepoets dus een volume is met eenheid m^3.

De handtandenborstel

Laten we beginnen met de handtandenborstel als broodnodig vergelijkingsmateriaal. Uit een $N = 1$ steekproef van handtandenborstels bleek dat het

[1] Als we Oral-B mogen geloven.

[2] Voor de nieuwe lezers: bij *Doorgerekend* zijn we niet vies van een afschatting of twee.

poetsoppervlak ongeveer 2.5 bij 1.0 cm bedraagt. Het poetsoppervlak is dus $A = 2.5 \cdot 10^{-4}$ m^2.

Nu moeten we nog het totale poetspad P bepalen dat in 2 minuten poetsvlijt afgelegd wordt. We gaan ervanuit dat er goed doorgepoetst wordt door 4 keer per seconde heen en weer te gaan, $f = 4$ Hz. De afstand van één zo'n heen en weer beweging is ongeveer 2 keer de lengte van het borsteltje, we schrijven $p = 5$ cm. De lengte van het poetspad over 2 minuten woeste arbeid is dan

$$|P| = T \cdot f \cdot p = 120 \cdot 4 \cdot 0.05 = 24 \text{ m}.$$

Indrukwekkend! Het totale poetsresultaat wordt dan

$$\mathcal{P} = 24 \cdot 2.5 \cdot 10^{-4} = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

De elektrische tandenborstel

De elektrische tandenborstel stelt ons voor een uitdaging: dit is niet een eenvoudig heen en weer bewegend borsteltje, maar een roterende cirkel met haartjes. De rotatie is ongeveer 45 graden, dus per complete oscillatie is het ongeveer 90 graden aan beweging. De buitenste haartjes bewegen natuurlijk meer dan de binnenste, dus om de complete hoeveelheid gepoets per oscillatie te bepalen zullen we moeten integreren.

Laat Φ de totale hoekafstand zijn die door 1 oscillatie van het borsteltje overbrugd wordt en R de straal van het borsteltje. De overbrugde afstand door elk punt op onze roterende schijf is dan Φr waar r de afstand is van het middelpunt tot dat punt op het schijfje. Nu kunnen we integreren om de totale poets per oscillatie te bepalen:

$$\begin{aligned}\Pi &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \Phi r \; r dr d\theta \\ &= 2\pi\Phi \int_0^R r^2 \, dr \\ &= \frac{2}{3}\pi\Phi R^3.\end{aligned}$$

Merk op dat een grotere straal van je elektrische tandenborstel zich kubisch(!) uitbetaalt in poetsresultaat.

Wederom hebben we bij *Doorgerekend* een zeer representatieve steekproef gedaan en gevonden dat een elektrische tandenborstel beweegt met een frequentie $f = 74$ Hz en straal heeft van $R = 0.7$ cm. Verder gaan we er niet vanuit, lieve lezers, dat tijdens het poetsen met een elektrisch apparaat er nog hevig handmatig met het borsteltje heen en weer bewogen wordt.Dit zou namelijk niet alleen de berekening tomeloos ingewikkeld maken, maar het is ook gewoon raar.

Het uiteindelijke poetsresultaat is dan

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= Tf\frac{2}{3}\pi\Phi R^3 \\ &= 120 \cdot 74 \cdot \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot 0.007^3 \\ &= 1.0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3.\end{aligned}$$

Aanbeveling

In theorie werkt de elektrische tandenborstel dus wel *iets* effectiever dan met de hand poetsen, maar een wereld van verschil is het ook weer niet. Of dit nou al die eindeloze reclamespotjes[3] voor het fantastische poetsresultaat van een elektrische tandenborstel rechtvaardigd, vinden wij dan ook maar zeer de vraag.

Bovendien: met een handtandenborstel kan je zo snel bewegen als je zelf wil, onze afschatting is dus zeker geen bovengrens![4] De batterij van je elektrische tandenborstel zal daarentegen alleen maar slechter worden, waarmee de oscillatiefrequentie over de tijd zal dalen – zeker de laatste dag van je weekendje weg waar je het niet nodig vond om de lader van je tandenborstel mee te nemen.

Niet te diep in haar ogen kijken...

[3] Darth Vader komt je halen (zie figuur).

[4] De bovengrens vindt je door f zo te kiezen dat de snelheid van je tandenborstel gelijk is aan de snelheid van het licht. Daar krijg je ook echt reteschone tanden van overigens.

Spenden en sparen met de NS

André van Ginkel

Nu de rente naar meer dan twee procent stijgt, wordt het tijd om eens goed te gaan kijken naar besparingstips. Waar geef je over een aantal jaar veel geld aan uit? Juist: het openbaar vervoer. Als het studenten-OV voorbij is zul je gewoon moeten betalen, maar hoeveel eigenlijk? Betalen we niet stiekem te veel voor onze treinkaartjes?

De NS berekent de prijs van je treinkaartje op basis van de afstand die je reist. Voor elke reis die je kan maken heeft de NS[1] een aantal tariefeenheden vastgesteld, waar één tariefeenheid ook grofweg één kilometer voorstelt. Dit aantal tariefeenheden is gebaseerd op de som van de afstand hemelsbreed tussen alle tussenstations waar je langs gaat. Zo is de reis van Utrecht Centraal naar Amersfoort Centraal gelijk aan de som van de absolute afstanden tussen Utrecht Centraal, Utrecht Overvecht, Bilthoven, Den Dolder en Amersfoort Centraal, dus $3 + 6 + 3 + 9 = 21$ kilometer. In de tarieventabel van de NS kun je nagaan dat de ritprijs dan € 5.30 moet zijn.

Uiteraard moet hier nog de kanttekening geplaatst worden dat je te maken hebt met een zogenaamd *instaptarief*. Je betaalt namelijk altijd voor een reis van tenminste 8 tariefeenheden. Dit houdt in dat de prijs van je treinkaartje nooit onder de € 2.60 komt.

Tot nog toe is de berekening niet zo raar. Het blijkt echter dat de NS stelselmatig de afstanden overschat. Als je namelijk zelf deze berekening doet, waar je de som van hemelsbrede afstanden neemt van de verschillende stations, zie je dat dit vaak niet overeen komt met de prijs die de NS oplegt.

Zo beweert de NS dat de afstand tussen Hoofddorp en Rotterdam Centraal (langs de hogesnelheidslijn) 62 kilometer is in plaats van de daadwerkelijke 42 kilometer die het is.[2] Als je dichtbij Almere Poort woont en je wilt naar een vriend in Naarden-Bussum, dan reis je volgens de NS 22 kilometer, terwijl de afstand hemelsbreed slechts 7 kilometer is. Je betaalt dus € 2.90 te veel op een treinkaartje dat eigenlijk € 2.60 zou moeten kosten.

Uiteindelijk wil je natuurlijk weten hoe het er aan toe is met je eigen traject; je wilt immers geld kunnen besparen in de toekomst. Daarom is er ook de volgende handige grafiek, figuur 1. Hier zie je het relatieve prijsverschil, zodat je geïnformeerd keuzes kan maken, en de vrije markt binnen openbaar vervoer kan opbloeien. Ook hier zie je dat een groot deel van de trajecten in Nederland te duur zijn vergeleken met hoe de prijs echt zou moeten zijn. Als je snel van je geld af wilt, kan ik sterk aanraden om in Rotterdam Noord te wonen, en te werken dichtbij station Amsterdam Lelylaan. Deze rit is namelijk 58 kilometer "echte" afstand, maar de NS rekent 84 kilometer. Je betaalt dan € 17.50 in plaats van € 12.60. Dat is € 4.90 te veel dus dan gaan die centjes lekker snel op.

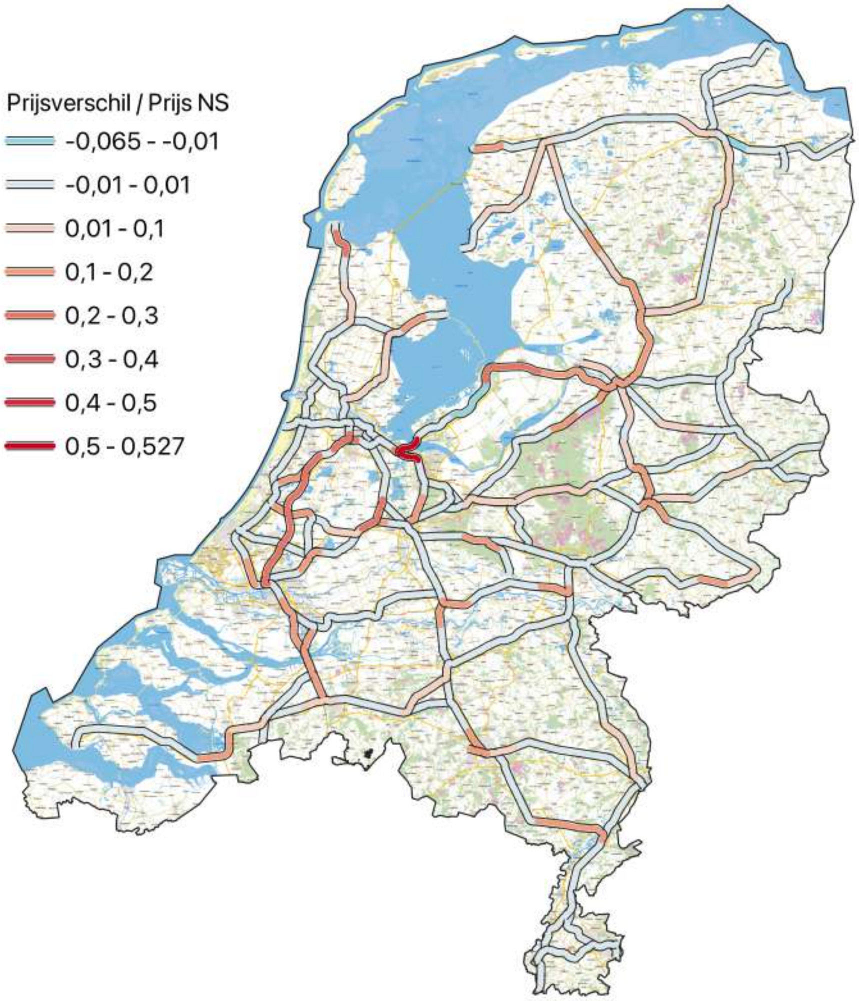
Gelukkig gunt de NS ook af en toe, en komt de rit dan goedkoper uit.[3] Wil je dus echt geld besparen, dan moet je bijvoorbeeld bij Lelystad Centrum wonen en in Almere Poort werken. Dan bespaar je toch een dikke 60 eurocent per rit.

---

[1] Samen met alle andere vervoerders in Nederland, maar als ik ook nog eens concessies moet gaan uitleggen loopt dit artikel uit de hand.

[2] De oplettende lezer zou nu kunnen zeggen: "André, wat ben jij voor nep-treinenfan? Dat is toch natuurlijk de toeslag van € 2.90 die er bij ingerekend zit!" Echter: de toeslag moet er zelfs nog bijkomen! Dit betekent dat de treinrit die eigenlijk € 12.70 moet kosten, € 16.30 kost.

[3] 8 uit de 878 mogelijke ritten van slechts 1 stop, tegenover 750 ritten met de juiste prijs, en 120 ritten met een te hoge prijs.



Figuur 1 *Het relatieve prijsverschil tussen de prijs van de NS en de eerlijke prijs*

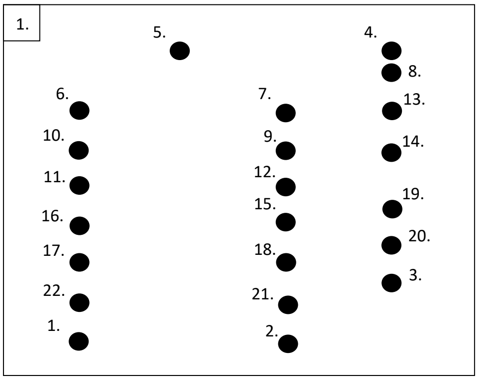
Bibliografie

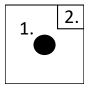
- NDOV: `http://data.ndovloket.nl/ns/`.
- NS Tariefkaarten en tabel `https://www.ns.nl/binaries/_ht_1667395583618/content/assets/ns-nl/tarieven/2023/tariefeenhedenkaart-az-2023.pdf`, `https://www.ns.nl/binaries/_ht_1667395585206/content/assets/ns-nl/tarieven/2023/tariefeenhedenkaart-vz-2023.pdf`, `https://www.ns.nl/klantenservice/betalen/tarieven-consumenten.html`.
- Rijden de treinen: `https://www.rijdendetreinen.nl/open-data/tariefafstanden`.
- De NS API voor spoorkaart en prijzen: `https://apiportal.ns.nl`.
- PDOK voor de achtergrondkaart: `https://www.pdok.nl`.
- Foto trein: Jacek Rużyczka, CC BY-SA 4.0 `https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0` via Wikimedia Commons.

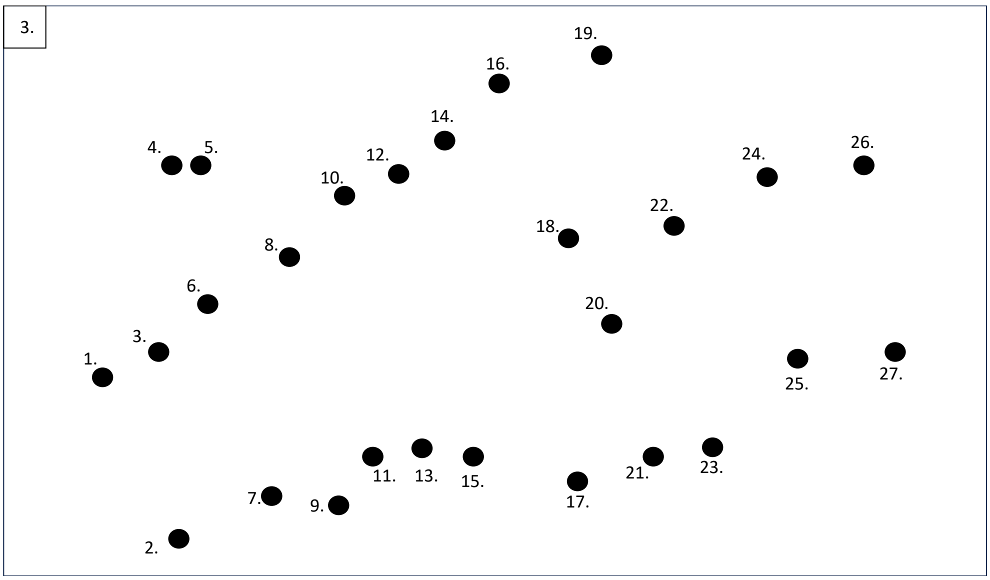
Kriskras van punt tot punt

Margo van Assenbergh

Dit soort tekeningen of puzzels herken je misschien wel van vroeger. Je begint bij de stip met het getal 1 en tekent een lijn naar de stip met het getal 2, enzovoorts. Eigenlijk was het bijna altijd van te voren al wel duidelijk wat je zou tekenen. Lukt het jou deze keer ook van te voren al raden wat hier uitkomt? Anders zijn er altijd nog hints om je opweg te helpen.[1] [2] Succes en veel plezier met deze drie punt tot punt tekeningen!







[1] Hints: 1. unigebouw, gezelligheidskamer 2. deeltje 3. wiggle, logo
[2] Metahint: bekijk de hint met een spiegeltje


van de hak op de tak
mow the lawns of magic
to find there is earth

Kriskras krommen: tropische meetkunde

Ruben de Vries

Het is maandagochtend 9 uur. Met je slaapdronken kop staar je wazig naar het vluchtige gekrabbel van de professor, maar je gedachten zijn allang de stoffige collegezaal uit. Met verlangen denk je terug aan de witte stranden waar je deze zomer nog was. De piña colada's zijn verdreven door A–Eskoffie, het rustgevende breken van de golven heeft plaats gemaakt voor het getik op het krijtbord. Je had tropische meetkunde heel anders voorgesteld.[1]

Tropische wat nou?

In dit artikel hoop ik een inkijkje te geven van wat deze exotische vorm van meetkunde inhoudt, te beginnen met de tropische algebra en een toepassing uit de discrete wiskunde, waar de tropische meetkunde ook zijn oorsprong kent. Vandaaruit introduceer ik de tropische variant van krommen en leg tot slot hun structuur bloot aan de hand van zogenaamde Newton polytopen.

Tropisch rekenen

In de tropische wereld zijn de normale plus en keer vervangen met exotische varianten. Zo is de tropische som $a \oplus b$ van twee getallen $a,b \in \mathbb{R}$ gedefinieerd als het minimum van a en b, terwijl het tropisch product $a \odot b$ gelijk is aan de normale som $a+b$. Verder zien we positief oneindig ∞ nu ook als een getal en spreken we af dat $a \oplus \infty = a$ en $a \odot \infty = \infty$ voor alle reële $a \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$.

Bovendien kunnen we een tropische variant van machtsverheffen introduceren. Net zoals in het klassieke geval is dit gedefinieerd doormiddel van herhaaldelijk vermenigvuldigen. Zo is $a^{\odot n}$ voor een reële a en een natuurlijk getal n, gelijk aan

$$\underbrace{a \odot a \odot \cdots \odot a}_{n \text{ keer}} = n \cdot a.$$

Later, als uit de context duidelijk is dat het om tropisch machtsverheffen gaat, zullen we het teken $\odot$ ook wel eens weglaten.

Voorbeeld. Hieronder staan een aantal voorbeelden van tropische berekeningen:

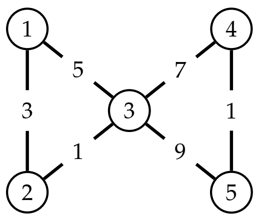
$$3 \oplus 5 = 3, \qquad -2 \odot 1 = -1, \qquad 2^{\odot 5} = 10.$$

Tropisch optimaliseren

De tropische algebra lijkt op het eerste ogenblik misschien wat obscuur – meer iets dat wiskundigen bedacht hebben als bezigheidstherapie dan iets dat daadwerkelijk nuttig kan zijn voor de samenleving – maar niets is minder waar. Zo zijn een aantal discrete optimalisatieproblemen op een zeer elegante wijze op te lossen met behulp van tropische technieken. Als voorbeeld werken we het kortste afstandsprobleem uit van een graaf.

[1] De naam is bedacht door Franse wiskundigen, wie het vernoemden naar Braziliaanse informatici. Het heeft voor de rest, ben ik bang, niets met de tropen te maken.

Zij G een graaf van n punten met afstanden d_{ij} op de zijde tussen punt i en punt j. Deze afstanden zetten we in een matrix D door middel van $D_{ij} = d_{ij}$. Als er geen zijde is die de punten i, j verbindt, schrijven we $D_{ij} = \infty$. De minimale afstand tussen twee punten vinden we door $n-1$ keer de matrix D met zichzelf tropisch te vermenigvuldigen. Matrixvermenigvuldiging werkt hierbij precies hetzelfde als het klassieke geval, behalve dan dat je tropisch vermenigvuldigt en optelt tussen de getallen. Tussen twee punten i, j is de kortste afstand dan gegeven door $D_{ij}^{\odot(n-1)}$. Voor een bewijs en meer voorbeelden van tropische technieken in discrete optimalisatie raad ik paragraaf 1.2 aan van Bernd Sturmfels en Diane Maclagans boek over tropische meetkunde.[2]



$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & \infty & \infty \\ 3 & 0 & 1 & \infty & \infty \\ 5 & 1 & 0 & 7 & 9 \\ \infty & \infty & 7 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & 9 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

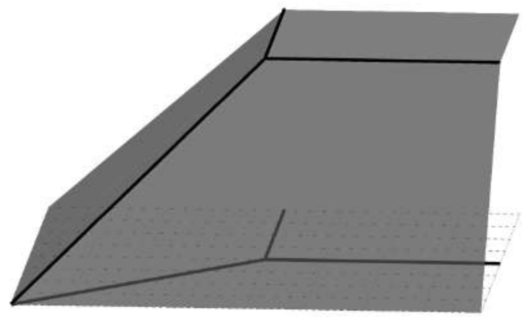
Figuur 1 *Een graaf samen met zijn afstandsmatrix.*

Voorbeeld. Beschouw de graaf uit figuur 1. De kortste afstanden worden gegeven door

$$D^{\odot 4} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 11 & 12 \\ 3 & 0 & 1 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 0 & 7 & 8 \\ 11 & 8 & 7 & 0 & 1 \\ 12 & 9 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Tropisch tekenen

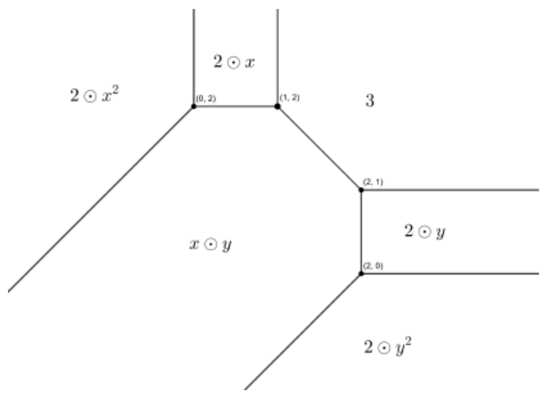
Een algebraïsche kromme in het vlak bestaat uit alle nulpunten van een polynoom in twee variabelen. Klassieke voorbeelden zijn de oplossingen van $x^2 + y^2 - 1 = 0$ (een cirkel), $y - x^2 = 0$ (een parabool) en $y^2 - x^3 - x - 1 = 0$ (een elliptische kromme). Eveneens worden tropische krommen verkregen door tropische polynomen in twee variabelen. Daarentegen wordt deze niet gegeven door alle nulpunten van het tropische polynoom, maar door de rand van de grafiek. Wat ik hiermee bedoel zal hopelijk in deze paragraaf duidelijk worden.



Figuur 2 *De grafiek van de tropische functie $f(x,y) = 8x \oplus 8y \oplus 8$ met daaronder de projectie op het xy-vlak: een tropische lijn.*

Merk op dat een tropisch polynoom $f(x,y)$ altijd het minimum vormt van een eindig aantal lineaire functies. Zie bijvoorbeeld Figuur 2 voor de grafiek van $f(x,y) = 8 \odot x \oplus 8 \odot y \oplus 8$. De functie f is het minimum van de lineaire functies $x+8, y+8$ en 8.

Hierdoor zijn tropische polynomen altijd stuksgewijs lineair. Dat wil zeggen, we kunnen het domein zo opsplitsen dat het polynoom lineair is op iedere deelverzameling. De punten $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ waarvoor de functie $f(x, y)$ faalt in zijn lineariteit definiëren we nu als de kromme gegeven door f. Dit zijn precies de punten waarvoor het minimum in $f(x, y)$ twee keer bereikt wordt.



Figuur 3 *De tropische kromme gegeven door het kwadratische polynoom $2x^2 \oplus xy \oplus 2y^2 \oplus 2x \oplus 2y \oplus 3$.*

Voorbeeld. Beschouw weer het tropische, eerstegraads polynoom $f(x,y) = 8x \oplus 8y \oplus 8$ uit Figuur 2. Op de deelverzamelingen van het vlak $\{x \geqslant 0, y \geqslant 0\}, \{x \leqslant 0, x \leqslant y\}$ en $\{y \leqslant 0, y \leqslant x\}$ is de functie $f(x, y)$ gelijk aan $8, x+8$ en $y+8$ respectievelijk. Deze

[2] Diane Maclagan, Bernd Sturmfels (2015) Introduction to Tropical Geometry, American Mathematical Society.

deelverzamelingen overlappen in de halflijnen $\{x = 0, y \geqslant 0\}$, $\{y = 0, x \geqslant 0\}$ en $\{x = y \leqslant 0\}$. Het is precies op deze halflijnen dat het minimum van f twee keer aangenomen wordt. De vereniging hiervan vormt dus de tropische lijn van f.

Voorbeeld. Zie Figuur 3 voor de kwadratische kromme die correspondeert met het tropische polynoom $f(x,y) = 2x^2 \oplus xy \oplus 2y^2 \oplus 2x \oplus 2y \oplus 3$. Merk op hoe het vlak opgesplitst wordt in een aantal convexe deelruimten, zodat f lineair is op ieder deel. De bijbehorende lineaire functies staan ook in het figuur vermeld als tropische termen. Zo is f gelijk aan 3 in de meest rechter, bovenste deelruimte en gelijk aan $2 \odot y^2$ in de rechteronderhoek.

Newton polytopen en dualiteit

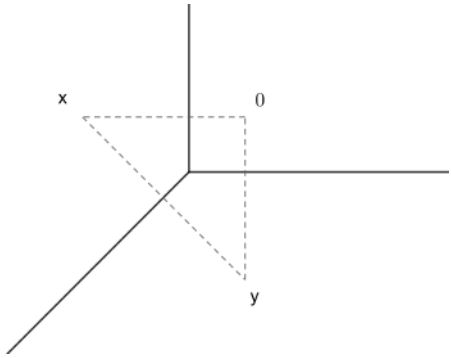
In de vorige paragraaf hebben we een aantal voorbeelden gezien van tropische krommen. Deze werden iedere keer gevormd door de vereniging van een aantal verbonden rechte halflijnen. Echter vormt niet iedere kriskras combinatie van rechte lijnen een tropische kromme. Om te zien welke combinaties wel tropische krommen geven, linken we de krommen aan een onderverdeling van zogenaamde Newton polytopen.

Voor een tropisch polynoom

$$f(x,y) = \bigoplus_{i,j}^{n} f_{i,j} x^{\odot i} y^{\odot j}$$

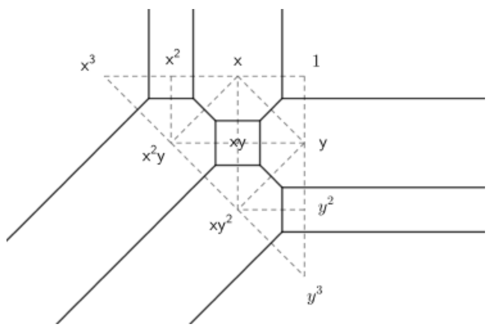
is het *Newton polytoop* het convexe omhulsel van alle punten (i,j) waarvoor $f_{i,j}$ niet oneindig is. Voor de tropische lijn gegeven door $x \oplus y \oplus 0$ is dit de driehoek met hoekpunten $(0,0)$, $(1,0)$ en $(0,1)$. Voor een derdegraads kromme is het eveneens een driehoek, maar nu met hoekpunten $(0,0)$, $(3,0)$ en $0,3$. Zie ook Figuren 4 en 5. De Newton polytopen in deze plaatjes zijn wel een halve slag gedraaid, om straks de verbinding met de tropische kromme duidelijker te maken.

Uit Figuur 4 blijkt overigens dat de halflijnen van de tropische lijn loodrecht staan op de zijden van het Newton polytoop. Verder komt de vertex van de tropische lijn, het punt waar alle drie de halflijnen samenkomen, overeen met het binnenste van de driehoek. De deelgebieden waarop de tropische functie lineair is corresponderen met de hoekpunten van de driehoek. We zeggen dat de tropische kromme *duaal* is aan zijn Newton polytoop.



Figuur 4 *Een tropische lijn met zijn Newton polytoop.*

In het algemeen is het tropische polynoom niet duaal aan zijn Newton polytoop, maar aan een *convexe onderverdeling* daarvan. Dit is een onderverdeling van het polytoop in convexe deelgebieden, zoals bijvoorbeeld in Figuur 5. Merk op hoe de dualiteit hier in zijn werking gaat: vertices corresponderen nog steeds met convexe deelruimten en halflijnen met zijden.



Figuur 5 *Een kubische kromme met zijn Newton polytoop.*

Tropische horizon

Vandaag hebben we gezien hoe tropische krommen eruit zien, en hoe de structuur hiervan wordt gegeven door de duale onderverdeling van een Newton polytoop. Ook hebben we gezien hoe de tropische algebra hand in hand gaat met discrete optimalisatie. Er zijn nog tal van prachtige toepassingen en diepe connecties te vinden die ik helaas niet in een Vakidiootartikel kan plakken. Hiervoor raad ik nogmaals het eerste hoofdstuk van Maclagans en Sturmfels boek aan.[3]

[3] Zie voetnoot 2.

Brams Besties Betogen: ga voor Grolsch

Andrea Wiendels

Een nieuw collegejaar is weer begonnen en een nieuw bestuur is geïnstalleerd. Dat betekent ook: een nieuwe bestuursrubriek! Dit jaar mogen wij, "Brams Besties", om de beurt betogen over een onderwerp dat wij belangrijk achten. Ik bijt in deze editie het spits af en zal jullie overtuigen van een belangrijk feit, namelijk dat Grolsch het beste biermerk is.

Er zijn ontzettend veel biermerken. Biermerken die in Nederland veel worden gedronken, naast uiteraard Grolsch, zijn bijvoorbeeld Heineken, Hertog-Jan, Jupiler en Brand.[1] Onder studenten worden ook de wat goedkopere merken veel gedronken, zoals Brouwers, Klok en Dors. Maar waarom springt Grolsch nou boven al deze merken uit? Ik zal het jullie eventjes haarfijn uitleggen.

Als eerste kunnen we de B-biermerken snel afschrijven. We weten het allemaal: Brouwers, Klok etc. drinken we alleen maar omdat het goedkoop is. Als je een hele avond Brouwers drinkt, is het helemaal prima. Na twee à drie biertjes heb je toch al niet meer door hoe het nou precies smaakt. Als je daarentegen begint met een A-merk biertje, zijn de B-merken daarna wel een grote teleurstelling. Competitie voor Grolsch zijn deze merken dus zeker niet.

Nu we hebben geconcludeerd dat B-biermerken afvallen, kunnen we Grolsch gaan vergelijken met andere A-merken. Wat Grolsch beter maakt dan deze andere merken, is een aantal dingen.

Ten eerste wordt Grolsch Premium Pilsner gebrouwen met niet één, maar twee soorten hop. Eén voor de verfrissende smaak en zachte afdronk en één voor het aroma. Dit resulteert in een uniek, goed gebalanceerd en aangenaam hoppig bier.[2] Buitengewoon heerlijk dus.

Ten tweede verkoopt Grolsch de iconische beugelfles. Deze flessen geven het karakteristieke en bevredigende 'plop' -geluid, een geluid dat onmisbaar is tijdens een uitje naar de bioscoop. De ploppende Grolsch beugelflessen maken de bioscoopexperience compleet. Daarnaast zijn deze beugelflessen geweldig voor het trainen van je vingers; elke keer dat je die beugel opent, krijgen je vingers een mini workout. Goed om de calorieën in het biertje te compenseren.

Verder bevatten Grolsch-etiketten een sneeuwvlokje. Dit sneeuwvlokje is wit wanneer je biertje op kamertemperatuur is, maar kleurt blauw zodra je biertje koud genoeg is. Bij Grolsch hoef je dus nooit te twijfelen of je biertje goed op temperatuur is: dit is in één oogopslag te zien.

De laatste, maar absoluut niet de minste, reden waarom Grolsch het beste biermerk is, is dat Grolsch in de mooie regio Twente wordt gebrouwen. Twente heeft een rijke geschiedenis en cultuur, de productie van Grolsch is een bron van lokale trots. Het bier vertegenwoordigt niet alleen een smaakvol product, maar ook de tradities en het vakmanschap van de regio. Daarnaast zorgen de lokale ingrediënten en de zorgvuldige brouwprocessen die in Twente worden toegepast voor een uniek smaakprofiel.

Kortom, genoeg redenen waarom Grolsch het beste biermerk is, zowel op gebied van smaak als lay-out van de fles. Stopt dus met het kopen van Hertog-Jan en gaat voor Grolsch!

[1] https://www.hopt.nl/magazine/cool-stuff/8/top-5-pils-in-nederland/454
[2] https://www.grolsch.nl/ons-verhaal.html

De vraag naar de optimale dartplaatsing

Jan Pieter van der Plas

Afgelopen zomer kreeg ik zin om als vierdejaars student (eindelijk) toch wat vaker de vragen die in me opkomen op te lossen. Vandaar dit artikel! Terwijl ik thuis, bij mijn ouders, een potje aan 't darten was, viel het me op dat we beiden een andere tactiek gebruikten: mijn moeder mikte gewoon op het midden, terwijl ik natuurlijk extra competitief alleen maar op de triple 20 probeerde te gooien. Toen kwam de vraag in me op, zijn de punten op een dartbord eigenlijk wel eerlijk verdeeld? Of anders gezegd, wat zijn de plekken op het dartbord waar je het beste op kunt mikken?[1]

Gereedschap klaarleggen

Oké, stap één van ieder probleem: weten we technieken die ons hierbij kunnen helpen? We zouden natuurlijk gewoon als experiment 200 keer op "iedere" plek op het bord kunnen mikken. Daarna kijken we welke plek de meeste punten heeft behaald. Dit klinkt alleen als veel werk. Gelukkig hebben we wiskundig gereedschap om deze duizenden worpen voor ons te doen. Namelijk kansrekening, jeej!

Als we willen weten wat de gemiddelde uitkomst is door op een bepaalde plek te mikken, kunnen we gebruik maken van de verwachtingswaarde. Of in het Engels de expected value, wat ik zal afkorten als EV[2].

Met de EV kijken we naar de opbrengst van iedere mogelijke gebeurtenis en wegen we die proportioneel met de kans dat deze gebeurtenis ook echt gebeurt. Of in formule vorm:

$$\mathbb{E}(M) = \sum_{\omega \in \Omega_M} p_\omega u_\omega \tag{1}$$

met ω één van alle mogelijke gebeurtenissen Ω_M waarbij we op punt M mikte, p_ω de kans dat deze gebeurtenis zich voordoet, en u_ω de opbrengst (utility) van deze gebeurtenis. Bijvoorbeeld: laat $\omega =$ "triple 20 raken" zijn. In dat geval geldt $u_\omega = 60$. We weten 'm nog niet van te voren, maar we hoeven alleen maar achter de p_ω te komen voor alle gebeurtenissen en dan hebben we ons antwoord!

De gaten tekenen

Op ons dartpijltje vinden allemaal willekeurige effecten plaats, zoals de wind, kleine afwijkingen in hoe hard die gegooid wordt en bijvoorbeeld de vluchtpaden die net wat anders staan. Omdat er zoveel verschillende (waarschijnlijk) onafhankelijk variabelen zijn kunnen we de kansverdeling het best afschatten als een normaalverdeling. Om onze p_ω te krijgen kunnen we daarom gewoon de volgende formule gebruiken:

$$p_x = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2} \tag{2}$$

Waarbij μ de locatie is waar je mikt, en σ de standaardafwijking[3]. De afwijking van de oorsprong noemen we x. Voor de verticale richting vervangen we x met y om p_y te krijgen.

We kunnen nu zien, aannemend dat p_x en p_y onafhankelijk zijn, dat $p_{(x,y)} = p_x \cdot p_y$. De kans dat p_x en p_y beide gelden is namelijk $p_{(x,y)}$.

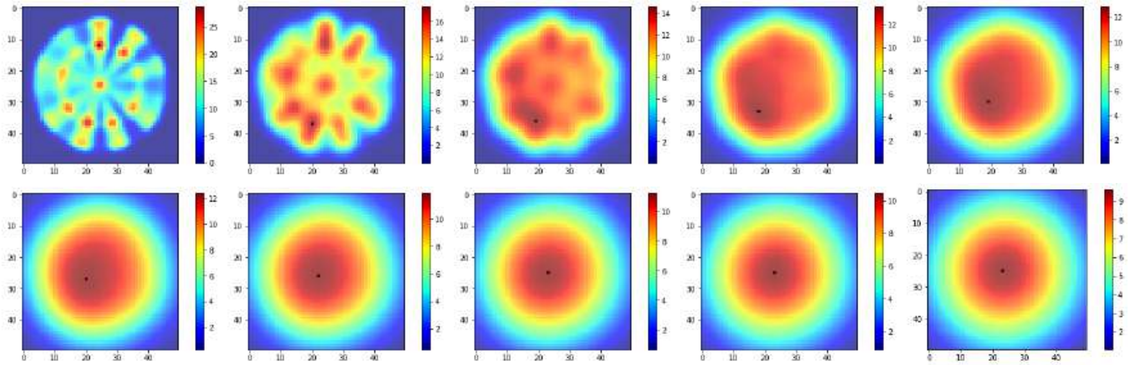
De σ speelt een belangrijke rol, dit getal zorgt er namelijk voor dat als we de verdeling van $-\infty$ tot ∞ integreren naar dx deze gelijk is aan 1. Oftewel, dat onze verdeling genormaliseerd is. We willen natuurlijk wel graag dat er een 100% kans is dat er iets gebeurt.

Naast de normalisatie heeft deze σ ook nog een praktische betekenis, we weten namelijk dat ongeveer 68.1% van de mogelijke uitkomsten zich binnen een afwijking van 1σ van het mikpunt μ bevindt! Dit is enorm handig, want met deze variabele kunnen we precies instellen hoe goed iemand kan mikken! Dus door alleen σ te variëren kunnen we de verschillende EVs berekenen voor allerlei verschillende niveaus. Nu we alle onderdelen van de EV-functie hebben hoeven we hem alleen nog maar te berekenen.

Het dartbord ophangen

Het eerste idee om dit heel leuk analytisch op te lossen, met misschien wat symmetrie trucjes hier en daar, leek me toch verrassend veel werk (als het überhaupt al mogelijk zou zijn). Dus de makkelijkste oplossing is om dit probleem toch maar numeriek aan te pakken.

[1] Gegeven dat je niet super duper capabel bent.
[2] Gelukkig minder ingewikkeld dan Pokémon stats.
[3] Of stan"dart"afwijking zoals in m'n code staat.



Figuur 1 *Van linksboven naar rechtsonder neemt σ steeds met 10 mm toe, met het zwarte puntje de plek waar je het beste kan mikken, gegeven je precisie.*

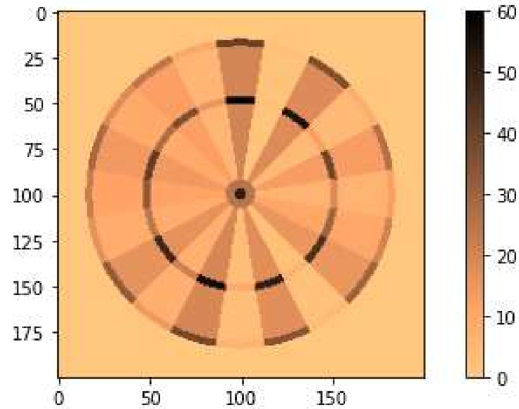
Als we ons dartbord in een grid programmeren kunnen we het het makkelijkst voor ons zelf houden. Tussen ieder punt zetten we een afstand $\mathrm{d}x$.[4]

Met niet te veel moeite kunnen we voor iedere (x,y) de waarde van een officiëel dartbord op de gegeven punten programmeren. Het klopt dat het dartbord nu eigenlijk niet meer netjes rond is, maar zoals te zien is in figuur 1, komt deze vereenvoudiging dicht bij genoeg voor een kleine gridsize.

Nu we u_ω hebben hoeven we alleen p_ω te berekenen, wat we kunnen zien als de integraal van x tot $x + \mathrm{d}x$ en y tot $y + \mathrm{d}x$ over onze normaalvedeling. We kunnen echter ook makkelijk doen en dit afschatten op ongeveer een kubus met lengte en breedte $\mathrm{d}x$ en hoogte $p_{(x,y)}$, omdat we een integraal kunnen zien als het volume onder een “grafiek”.

Alle mogelijke gebeurtenissen zijn nu alleen maar onze vakjes in de grid. Dus als we hierover sommeren kunnen we onze EV eindelijk vinden![5]

Hierboven zijn de mooie resultaten te zien. In de figuur is te zien wat de EV is voor ieder punt in de grid, gegeven een σ. Hier is donkerrood een hogere EV, en donkerblauw een lagere. Zoals verwacht, als je met 70% nauwkeurigheid binnen 1 cm van je doelwit weet te blijven, kun je het beste op de triple 20 mikken. Leuk is dat wanneer je 2 of meer centimeter afwijking in je worpen hebt, je het beste linksonderin op de triple 19 kunt mikken of zelfs tussen de 19 en de 16 richting het midden.



Natuurlijk, valt het allemaal nog echt experimenteel te testen, of je echt vaker wint als je je tactiek er op aanpast. Ook verschillen σ_x en σ_y hoogst waarschijnlijk veel van elkaar, wat vast andere resultaten zou geven. Of je kunt berekenen hoe klein het verschil in σ is voordat iemand die in het midden mikt, wint van iemand die op de triple 20 mikt, of...

Oh, wacht misschien is het handig als ik maar weer eens aan mijn studie ga. Voordat ik hier al te veel tijd aan besteed.

Hopelijk geeft dit wat motivatie om de vragen die je zelf verzint ook eens zelf uit te gaan zoeken. :) Oh, en alvast succes met studeren zo!

[4] Ik wilde het eerst netjes in poolcoördinaten doen, maar dat was net te veel koppijn in verband met de normaalverdeling wiens middelpunt niet in hetzelfde middelpunt ligt als het dartbord. En Jacobianen enzo.

[5] Voor de scherpe lezer, Ω heeft inderdaad nog oneindig veel elementen buiten het bord. Dit maakt gelukkig niet uit, want alle waardes buiten onze grid zijn toch gelijk aan nul, want $a \cdot 0 = 0$.

How to: schrijf een sinterklaasgedicht

Lisette Helder

"Een sinterklaasgedicht mag heel slecht zijn als het maar uit het hart komt", zegt de Nederlandse dichter Driek van Wissen. Dat is natuurlijk niet waar. Je familieleden hebben niet een heel jaar uitgekeken naar hun favoriete feestdag om een hoopje goedbedoelde onzin te ontvangen. Als redactie van *De Vakidioot* laten we ons dan ook voorstaan op het verlichten van onze lezers met een verscheidenheid aan tips voor het schrijven van een sinterklaasgedicht. Tot onze grote schrik vonden we echter dat er op Wikihow geen artikel bestaat over het schrijven van sinterklaasgedichten.Gelukkig geeft de handige database wel advies over het schrijven van poëzie in het algemeen. Aan de hand hiervan hebben we vijf tips samengesteld voor het perfecte sinterklaasgedicht.

Figuur 1 *Wikihow kon ons niet helpen met Sinterklaas-gerelateerde artikelen. Wel gaf de website andere handige suggesties.*

1. Vermijd clichés

Volgens Wikihow is het belangrijk om geen clichés te gebruiken. "Rozen zijn rood is geen briljante of originele observatie" , zegt de website. Nu kun je zelf vast invullen wat Wikihow ervan vindt dat je jouw gedicht wilde beginnen met de zin: "Sint zat eens te denken, wat hij [naam] eens zou schenken" . Inderdaad, druk maar 57 keer op backspace.

2. Weersta de neiging om je gedicht uit te leggen.

Wikihow zegt: "Gun de lezer de tijd om even na te denken over je gedicht, zodat hij jouw ervaring of boodschap leert begrijpen." Soms begrijpen simpele stervelingen de diepte van jouw emotionele inzichten niet, maar dat betekent niet dat je het maar in simpele taal moet opschrijven. Je sinterklaasgedicht mag best enigmatisch zijn. Denk bijvoorbeeld aan zinnen zoals: "De donkere vleugels van de nacht sloegen zich over de stad die door moeder Natuur bedekt was met een witte laag sneeuw, terwijl Sinterklaas over het dak liep om jouw cadeautje te bezorgen."

3. Frustreer jezelf niet door je werk te laten lezen door mensen die niets met poëzie hebben.

Wanneer je een gedicht moet schrijven voor je niet-literaire broertje, mag je hem best verbieden om het gedicht ook te lezen. Zijn onbegrip zou alleen maar frustrerend werken. Misschien komt het de feestelijke sfeer niet ten goede, maar niemand heeft gezegd dat het leven van een dichter altijd rozenkleur en maneschijn zou zijn.

4. Voeg een "draai" toe aan het eind van het gedicht.

Op Wikihow staat: "Bewaar je krachtigste boodschap of inzicht voor het einde van je gedicht. Geef de lezer iets om over na te denken, iets om bij stil te staan nadat ze je gedicht hebben gelezen." Een simpele "Groetjes Sint en Piet" volstaat dus niet. Probeer in plaats daarvan je gedicht te eindigen met iets wat de ontvanger tot denken aanzet. Bijvoorbeeld: "Dit is het einde van het gedicht, maak je cadeautje maar snel open en denk daarbij even aan de commercialisering van Sinterklaas die door grote kapitalistische bedrijven wordt verricht."

5. Geef op en gebruik een gedicht van het internet.

Deze tip staat niet op Wikihow, maar is desondanks onmisbaar. Op `www.sinterklaasgedicht.com` kun je gedichten genereren. Je hoeft hiervoor alleen maar de naam en de hobby van de ontvanger te weten. Wat eruit komt, is een ontzettend origineel en persoonlijk gedicht. Niemand zal doorhebben dat je het gedicht niet zelf hebt geschreven. Daarnaast heb je op de website ook een hoop kant-en-klaar gedichten. Gedicht voor oma? Komt voor elkaar! Een gedicht over een Nespresso apparaat? Check! Een vulgair gedicht over lingerie? Is er ook.[1] Heb je het lootje getrokken van je onlangs aangetrouwde tante die alleen maar met jouw oom is omdat hij zes huizen met gunstige belastingregelingen in Utrecht bezit? Zoek dan "golddiger", en er rolt zo een authentiek en feestelijk gedicht uit (citaat van sinterklaasgedichten.com):

Een geldwolf kun je jou wel noemen
Euro's vind je om te zoenen
Jij hebt dan ook een heel groot zwak
voor mannen met veel geld op zak

Aanpappen is je op het lijf geschreven
Maar alleen met mannen van het goede leven
Pas interessant vind jij het andere geslacht
Vanaf een creditcard of acht

Zakenman, dokter of advocaat
Vervolgens naar de pinautomaat
Om lekker van zijn geld te shoppen
Winkel in, winkel uit, zonder stoppen

Maar Sint maakt zich toch een beetje druk
Geeft geld nou echt zoveel geluk?
Liefde kun je heus niet kopen
Maak nu maar snel je cadeautje open

Met behulp van deze tips belooft jouw Sinterklaas vast en zeker succesvol te worden. Het enige wat nog fout kan gaan is dat deze Vakidioot pas in de zomer van 2024 uitkomt (niet onze schuld maar die van de drukker). In dat geval ben je er op tijd bij voor Sinterklaas 2024, denk ik dan maar.

[1] Ja, echt.

EETiquette: wat zijn de juiste eetregels?

Bram Janssen

Bijna iedereen weet dat etiquette bestaat en sommige mensen vinden etiquette ook belangrijk. Er zijn echter ook mensen die niet veel van etiquette afweten, of die het zich niks kan schelen. Oorspronkelijk was het in de middeleeuwen een manier voor de rijke mensen om zich te onderscheiden van de arme mensen. Dat is nogal wack, dus gaan we kijken naar etiquette met de visie dat het gewoon grappig en quirky is om te doen, zonder een elitaire snob te zijn. Er zijn veel verschillende regels omtrent eten, maar ik heb geen zin om alleen maar serieus te praten over tafeletiquette, dus ik gooi er ook wat dommere dingen doorheen.

Tafelpresentatie

Voordat je begint met eten, moet je eerst de tafel dekken. Het is wel zo netjes om een tafelkleed op de tafel te leggen. Dit is niet alleen mooi, maar ook fijn voor je tafel, want dan zorg je ervoor dat de tafel niet vies wordt als je knoeit. Placemats zijn ook fijn voor die extra laag bescherming, maar ze zijn niet noodzakelijk, dus voel je ook niet verplicht om ze te gebruiken.

Dan heb je nog de borden en het bestek[1], die zijn wel noodzakelijk. Wanneer je een bord op tafel zet, zorg er dan voor dat je het bord zo draait dat de presentatie van het voedsel er het beste uitziet vanaf de zitplek van de desbetreffende persoon. Met meerdere gangen heb je verschillende soorten bestek nodig. Uiteraard liggen de vorken aan de linker- en de messen aan de rechterkant. Je legt het bestek zo neer dat het paar dat het meest aan de buitenkant ligt, gebruikt wordt voor de eerstvolgende gang.

Nu de tafel gedekt is, kun je plaatsnemen aan tafel. De meest deftige manier van zitten en eten is met je armen strak langs je zijde. Je kan dit oefenen door tijdens het eten servetten onder je oksel te klemmen. Als de servetten vallen, dan zijn je armen niet deftig genoeg. Zodra je dit onder de knie hebt, ben je klaar om fancy te gaan eten. Voor elk soort voedsel kun je eigenlijk wel meerdere manieren bedenken om het te eten, maar wat is de juiste manier?

Eetmanieren

Als je in het buitenland bent, kun je er redelijk makkelijk achter komen wat je hoort te doen. Je kan gewoon om je heen kijken en de locals kopiëren. Dit is echter niet voor iedereen weggelegd als je naar een land gaat waar ze met stokjes eten.

Wat ook kan gebeuren als je er buitenlands genoeg uitziet, is dat ze speciaal aan jou uitleggen hoe je hoort te eten. Dit is mij overkomen toen ik in Zuid-Korea was; ik kreeg twee dingen aangereikt en werd mij verteld: ‘Mix.’ Vervolgens werd ik uitgelachen omdat ik soep door mijn hotpot had gemengd. Het kan dus fijn zijn als de locals je proberen te helpen, maar als je een intellect van mijn niveau mixt met een taalbarrière, kan het nog steeds lastig worden.

Tot nu toe heb ik het eigenlijk alleen maar gehad over avondeten, maar er zijn ook andere eetmomenten op de dag, zoals ontbijt en snacks. Bij het ontbijt kom je een van de meest contoversiële discussies over eetgewoontes tegen. Wat komt eerst, de melk of de ontbijtgranen? Na hoogstprofessioneel onderzoek te hebben gedaan in de krochten van Reddit, concludeer ik dat de consensus online is om de ontbijtgranen eerst te doen. Men had hier verschillende redenen voor, zoals minder ‘splash’ en daarmee minder rotzooi. Een andere reden is dat je goed kunt afmeten hoeveel je gaat eten door eerst ontbijtgranen in je kom te doen en op basis daarvan de juiste hoeveelheid melk toe te voegen. Mijn favoriete reden was toch wel dat iemand

[1] Indien je bestek gebruikt.

hun ‘cereal island’ graag opgeslokt ziet worden door de oceaan van melk. Mensen boden ook interessante alternatieven, zoals alleen ontbijtgranen, koffie in plaats van melk, of gewoon melk in de ontbijtgranendoos gooien.[2]

Eerder had ik al snacks genoemd en ik wil een *rapid fire*-ronde doen over hoe je sommige snacks moet eten. Een tompouce heeft veel verschillende manieren om gegeten te worden. Er is er echter één die ik het elegantst vind: haal de bovenkant eraf, zet die aan de onderkant erbij en dan kun je gewoon happen. Kitkat moet je breken, maar dat weet gelukkig ongeveer iedereen wel. Noodles eten met een lepel is absurd, pak alsjeblieft een vork of stokjes. In de kamer hebben we vaak biggetjes of apenkoppen liggen. De enige correcte manier om zo’ n vrolijk, suikerig beestje te verorberen is om eerst de oren eraf te bijten en dan pas de rest van de kop (de biggetjes zijn trouwens beter). Liga melkkoekjes moet je uiteraard eerst leegschrapen met je tanden om daarna pas het koekje te eten. Tot slot hoef je Oreo’ s niet los te draaien om de vulling eerst op te eten, aangezien ze bite-sized zijn, maar is het bij Princekoeken toch wel een soort morele verplichting om ze uit elkaar te halen.

Combinaties van eten

Als ik aan controversiële eetcombinaties denk, gaat mijn gedachte eigenlijk direct naar ananas op pizza. Dit moet toch wel de bekendste en langst lopende discussie over een voedselcombinatie zijn. Hiero zal de mensheid waarschijnlijk ook nooit uit komen. Een van de redenen daarvoor is dat het debat nooit echt goed gevoerd wordt – mensen die voor ananas op pizza zijn, zijn dat omdat ze het lekker vinden; mensen die tegen ananas op pizza zijn, zijn dat over het algemeen omdat ze het er niet op vinden horen.

Gelukkig voor jou, lieve lezer, ben ik weer gaan duiken in de krochten van Reddit om mooie argumenten te vinden. Tijdens mijn zoektocht heb ik onverwacht wat geleerd over de historie van de pizza. Toen mensen voor het eerst in Napels wat aten dat ze pizza noemden, was pizza iets heel anders dan dat het nu is. In die tijd was pizza voedsel voor arme mensen en gooide je eigenlijk alles wat je kon vinden op de pizza. Dit was zelfs nog in de tijd dat er geen tomaten in Italië waren. Die zijn er pas gekomen toen de Spanjaarden ze uit Amerika hebben meegenomen. Nogal gek om je te bedenken dat erop de eerste pizza’s geen tomatensaus zat.

Figuur 1 *De locatie van Napels in Italië.*

Om weer terug te komen op de discussie: aangezien je alles kon gooien op de originele vorm van pizza, kan ik alleen maar concluderen dat ananas op pizza moet kunnen. Je zou nog lang over de smaak kunnen praten, maar dat heeft weinig nut aangezien iedereen toch andere dingen lekker vindt.

Toen ik aan mijn bestuur vertelde over dit onzintekstje, had iemand het interessante hersenspinsel om wat te schrijven over ananas op lasagna. Ik weet niet waar ik moet beginnen met dit monsterlijke idee. Waar ik bij ananas op pizza geen lijn ga trekken, doe ik dat hier zeker wel. Het concept alleen al maakt me een beetje bang. De enige vraag die ik over het concept heb, is de plaatsing van de ananas. Leg je de ananas gewoon bovenop, of neem je het met de lagen mee? Ik wil niet langer over dit concept denken dan nodig, dus ik laat die vraag als opdracht voor de lezer.

Als je het zo ver hebt gered, wil ik je graag bedanken voor het luisteren naar mijn vage hersenspinsels. Ik hoop dat je je een beetje vermaakt hebt met dit artikel en misschien zelfs nog wat geleerd hebt. Eet trouwens vooral wat je zelf wil en hoe je wil (tenzij het ananas op lasagna is).

[2] De redactie heeft besloten dat de kom eigenlijk als allereerst moet, anders wordt het écht een bende.

Gokgek op (kris)krasloten

Paul Stapel

Statistisch gezien is jouw naam, lieve lezer, Noah/Sophie de Jong. Dit klopt natuurlijk voor geen ene zeptometer[1] en laat maar weer eens zien dat kans een complot is van de overheid. Verjaardagsparadox? Boltzmanverdeling? Poisson? Allemaal onzin bedacht door een stelletje nerds in Den Haag. Nee, als je werkelijk vleesgeworden kans (of papiergeworden kans als je vegetariër bent) wilt waarnemen, zoek dan niet verder dan het kraslot!

Cashen?

Het hele idee van een kraslot is nu eenmaal om ~~vrijwillige belasting opleggen aan de armen~~ de kans bieden om geld te verdienen. De vraag is dan natuurlijk hoeveel je kan verdienen, en welke kraslootjes het beste uitpakken. We gaan dan maar eens even kijken naar de verwachtingswaarden, om zo de ultieme strategie te geven voor het kopen van krasloten.[2]

Laten we beginnen met wat wiskunde. Elke uitgave bestaat uit een bepaald aantal loten N. Elk lot is even waarschijnlijk om getrokken te worden, maar verschillende loten kunnen wel schillende prijzen hebben. We kunnen een stochastische variabele X opstellen, waarbij X als uitkomst alle mogelijke netto winsten x_i van het kraslot aan kan nemen. We kunnen daarmee de kans op een prijs definiëren als

$$P(X = x_i) = \frac{n_{x_i}}{N}.$$

Hierbij is n_{x_i} het aantal lootjes met netto winst x_i. De verwachtingswaarde $E[X]$ kunnen we vervolgens uitdrukken als

$$E[X] = \sum_i x_i P(X = x_i).$$

Dankzij daddy overheid is elke aanbieder van kansspelen verplicht om aan te geven wat de kans is voor elke prijs om gewonnen te worden. Op de site van de krasloten van de Nederlandse Loterij staan daarom precies hoeveel lootjes er voor elke prijs aanwezig zijn, samen met het totaal aantal gedrukte lootjes voor een uitgave.

Omdat niets eenvoudig kan zijn wat de overheid betreft, bestaan er natuurlijk tich verschillende soorten lootjes, elk met hun eigen prijzen en rare tekentjes die naar die prijs zouden moeten verwijzen.[3] Gelukkig is al deze variatie slechts een façade, want uiteindelijk komt het allemaal op hetzelfde neer: zolang je weet hoe je biggen krast moet bijvoorbeeld een klavertje 4 ook wel lukken.

Om nu te kijken naar de verwachtingswaarden zullen we deze met behulp van een simpel Python-programmaatje berekenen voor vijf van de populairste varianten:

- Klavertje 4;
- Spaarvarken;
- Flappen krassen;
- 7 klapper;
- December kalender.

Ik heb voor elk kraslot, met behulp van de gegevens uit de site, een lijst gemaakt van x_i en n_{x_i} om zo deze krasloten te vergelijken en de beste uit te zoeken.

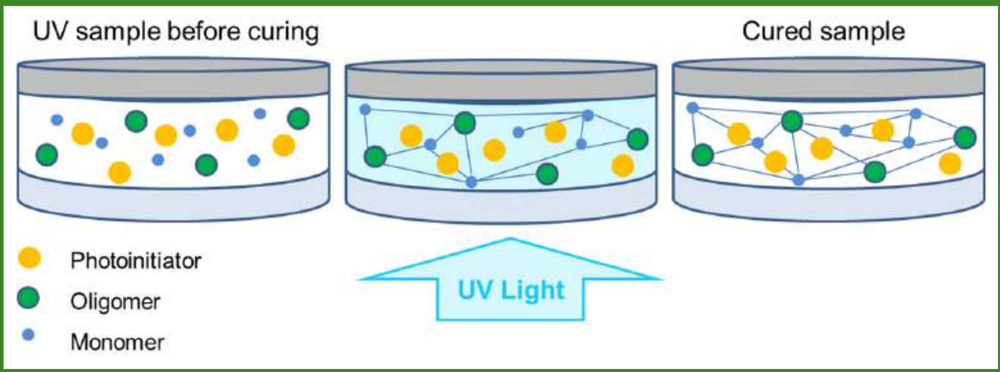
Voordat we dit doen zijn er echter nog twee kleine probleempjes: (a) we trekken lootjes ZONDER teruggleggen, en (b) er is een recursieve prijs in de vorm van "win een gratis lot". Irritant, maar ja.

[1] Behalve als je wel zo heet. Dan is dit artikel niet voor jou :/.
[2] Spoiler alert: niet aan beginnen.
[3] Als je mij hierover wilt horen ranten zit je hier helaas verkeerd.

Krassen

Het begint natuurlijk allemaal met het naamsgetrouwe krassen waar zo'n lootje om bekendstaat. Er is spanning en er is sensatie terwijl je je nagels of sleutel[a] verkloot aan het openkrassen van dat zilveren laagje dat vervolgens overal een soort metalen gumsel achterlaat waar niemand op zit te wachten. Ditzelfde laagje houdt trouwens ook gastoptredens om de codes op je cadeaukaarten, pinpassen en parkeerkaarten te bedekken. Zoals elk normaal-functionerend mens vraag je je dan natuurlijk af waar dat kraslaagje van is gemaakt, en hoe het werkt.

Een kraslaagje is eigenlijk een soort inkt. Specifiek worden er voor onze kraslaagjes een extra funky variant gebruikt genaamd UV-inkt. Inkt is in principe een oplosmiddel met daarin pigmentmoleculen. Zodra je deze inkt aanbrengt op een bepaald medium, bijvoorbeeld iemands voorhoofd, zal na verdamping alleen nog maar het pigment overblijven. De manier van drogen zit bij UV-inkt alleen net anders. In plaats van dat het vocht verdampt, vormen moleculen die erin zitten bij blootstelling aan UV-licht allerlei bindingen die ervoor zorgen dat de inkt verhardt. Wat je overhoudt is een dun laagje gekleurd film, wat dat geniepige kraslaagje vormt.



Goed dan, 'moleculen' die 'bindingen vormen' is nog wat vaag. We willen dit kraslaagje begrijpen, dromen, eren, voelen en eventueel liefkozende woordjes influisteren bij maanlicht. Dan maar te beginnen bij de moleculen, waarvan er eigenlijk drie zijn: monomeren, oligomeren en foto-initiators. Deze monomeren en oligomeren[b] kunnen samen een relatie aangaan om zo een lange keten te vormen. Helaas gedragen ze zich nog als tieners die niet in staat zijn hun gevoelens op een fatsoenlijke manier te uiten, en hebben ze dus wat hulp nodig om te binden. Hier komen de foto-initiators van pas, die onder zonlicht radicalen vormen waarmee ze vervolgens via een kettingreactie de mono/oligo-meren weer kunnen radicaliseren. Eenmaal geradicaliseerd kunnen ze wel met elkaar binden,[c] en krijg je een lang polymeer wat de inkt doet verharden.

[a] Wie heeft tegenwoordig nog kleingeld?
[b] Eigenlijk gewoon een paar monomeren aan elkaar gereigd.
[c] Versiertip: Stuur je toekomstige partner romantische complotten over 9/11 <3

Probleem (a) kunnen we oplossen door op te merken dat de kans op een bepaalde uitkomst van ieder nieuw lootje onafhankelijk is, *tenzij* we van anderen al weten welke lootjes zij getrokken hebben. Dat is het maffe van kansrekening: als je al weet dat jouw buurman net het winnende lootje heeft gekocht kan jij wel stoppen met krassen. Maar zolang je dat niet weet, is er niets aan de hand.

Het probleem van het winnen van een gratis lot kunnen we tackelen door te kijken naar de verwachtingswaarde gegeven dat we k keer een extra lot winnen. Deze stochast noemen we K. We schatten dan de onderstaande som af.

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_k E[X|k \text{ keer een extra lot}]P(k \text{ keer extra lot}) \\ &= E[X|K=0]P(K=0) + E[X|K=1]P(K=1) \\ &= E[X|K=0](1+P(K=1)) \end{aligned}$$

Deze schatting gaat ervan uit dat de kans amper verandert na het trekken van een lot, wat in het geval $N > 1000$ zeer goed opgaat. Per kraslot zijn vaak meer dan 5 miljoen exemplaren beschikbaar, waarbij ongeveer 600.000 Nederlanders[4] wel eens een kraslot koopt. Verder schatten we de kans dat we een kans dat we een nieuw lot winnen ook als zeer klein af. Uiteindelijk kunnen we de verwachtingswaarde berekenen met behulp van de code uit Figuur 1.

Oké dan, nu we het model hebben verklaard kunnen we het even runnen op deze vijf kraslootjes. Laten we kijken naar de verwachtingswaarden:

- $E(\text{Flappenkrassen}) = -0{,}4261$€
- $E(\text{Spaarvarken}) = -0{,}4997$ €
- $E(\text{Klavertje 4}) = -0{,}5012$€
- $E(\text{Prijzenklapper}) = -0{,}6955$€
- $E(\text{December kalender}) = -1{,}8654$€

Wat een scam <3.

Klaar

En zo zie je maar weer wat voor teleurstellende resultaten we krijgen. Alsof het nog niet genoeg is dat je vaak al een halve euro kwijt bent per lot, blijkt de speciale December Kalender, of, zoals ik hem noem, December kELLENDEr, meer dan drie keer zoveel te kosten als de meeste alternatieven. Als je dan toch een lot wilt kopen, koop dan een lot van het flappenkrassen.

Hoewel er dus blijkbaar grote winst te halen is in deze markt, met de materialen beschikbaar voor slechts 0.01€/stuk[5] bij een groothandel, is het helaas wettelijk verboden om een loterij met een commercieel doel te organiseren.

Wel kan ik je wat inspiratie geven voor dingen die je kan kopen met die (ongeveer) 50 cent die je bespaart:

- twee eieren (kan je weer een weekje vooruit!);
- een gelukskoekje[6];
- een goedkoop waterpistooltje dat stuk gaat na drie keer gebruiken;
- een pakje instant noedels inclusief heet water;
- vijf exemplaren van het e-book ‘afgesloten’ van Louise Candlish.

Maar om dit alles af te sluiten heb ik nog iets veel mooiers in de aanbieding. Waarom niet gratis en voor niets deze krasloten spelen? Ik heb de code voor mijn simulatie van de kraslootjes op GitHub gezet. Dus als je wilt kan je daar ervaren hoe het is om 500 spaarvarkens te kopen, om vervolgens 300 euro rood te staan.

```python
def verwachtingswaarde(kansen,prijzen,kosten):
    """Geeft de verwachtingswaarde van een bepaalde stochastische verdeling"""
    som = 0 # Begin met 0 euro als verwachting.
    # Sommeer over elke prijs en diens kans.
    for kans,prijs in zip(kansen,prijzen):
        som += kans*prijs
    # Kansen[0] is vervolgens de kans op een extra lot,
    # in welk geval je nogmaals de verwachtingswaarde kan krijgen.
    return (1+kansen[0])*som - kosten
```

Figuur 1 *Code waarmee de verwachtingswaarde berekend kan worden.*

[4] https://www.agog.nl/gokken-en-gokverslaving/aantal-gokverslaafden/
[5] Met winst van ongeveer 50 cent per lootje, heb je dan per lootje dat je niet zelf koopt meer dan 20 euro winst!
[6] Zou wel een leuke plotwending zijn.

Anagrammen: de letterkerende teerketels van taal

Senna van Os

Als ik geen natuurkunde was gaan studeren, had ik wellicht voor een taalkundige studie gekozen.[1] Dit komt voornamelijk door mijn liefde voor hele domme woordgrappen en -spelletjes, denk bijvoorbeeld aan de *ars magna* van taal: anagrammen.

Anagrammen zijn woorden of zinnen die gevormd worden door de letters van andere woorden of zinnen te husselen. Denk bijvoorbeeld aan 'Griekenland' en 'er kan geld in' – slimmeriken hebben al opgemerkt dat er in de introductie ook al een anagram stond! In dit artikel zal ik een paar andere leuke uitlichten, dus leun achterover met je favoriete woordspelige woningdelers[2] en zie de vonken spatten.

Nummer 1: Buys Ballot

A Slut Lobby

Wat zegt dit over het gebouw dat onze vereniging huist? Wordt er stiekem in ons experimentenfonds gehakt om een ondergronds bordeel te financiëren? Is dat waarom er bezuinigd is op het Vakidioot commissieuitje? Zo veel vragen, zo weinig antwoorden.

Nummer 2: Kan Geen Kwaad

Nae Nae Gawkkd

Oké ik geef toe, ik wou iets leuks verzinnen voor de bestuursspreuk van dit jaar, maar deze werkt niet heel goed. Eerlijk gezegd was ik onder de indruk dat 'gawk' of 'gawked' een gay slang woord was. Die vibes heeft het wel, het zou zo maar eens een onomatopee kunnen zijn voor [GEREDIGEERD].[3]

Alternatief: Dang, Een Kwaak!

Wanneer je een eend ziet en je er verbaasd over bent.

Nummer 3: Schoonmoeder

Homo Censorend

Over redigeren en homoseksualiteit gesproken, wat is dit nou weer? Schoonmoeder blijkt een anagram te zijn van 'homo censorend'! Like, abonneer en deel dit bericht als jij een homofobische schoonmoeder hebt.

Nummer 4: Vakidioot

Ok, Tio Diva

Dit is wanneer een Spaanssprekend persoon heel brutaal doet tegen hun dramatische gay uncle. Hoe is dit gerelateerd aan ons blaadje? ¯_(ツ)_/¯

Nummer 5: Studietwijfels

Du Fetisjist!

Dit is een superbelangrijk woord voor de eerstejaars onder ons. Het anagram stelt een Duitser voor die je op aggressieve toon beschuldigt van parafilische seksuele interesses. Dus bij twijfel over je studie: trek gewoon af op voeten!

[1] Niet dat ik een taalgenie ben – mijn artikels moeten in hun draagtijd minstens vier spelchecks ondergaan, willen ze ooit leesbaar worden. EDIT: de eindredactie van de Vakidioot kan dit bevestigen.

[2] Of... wooningdelerspd? De kunst van het anagram is mij nog niet eigen.

[3] Gecensureerd wegens expliciteit. Wij, redactie der Vakidioot, hebben een reputatie hoog te houden hier. Een Nobelprijswinnaar leest ons blad verdorie!