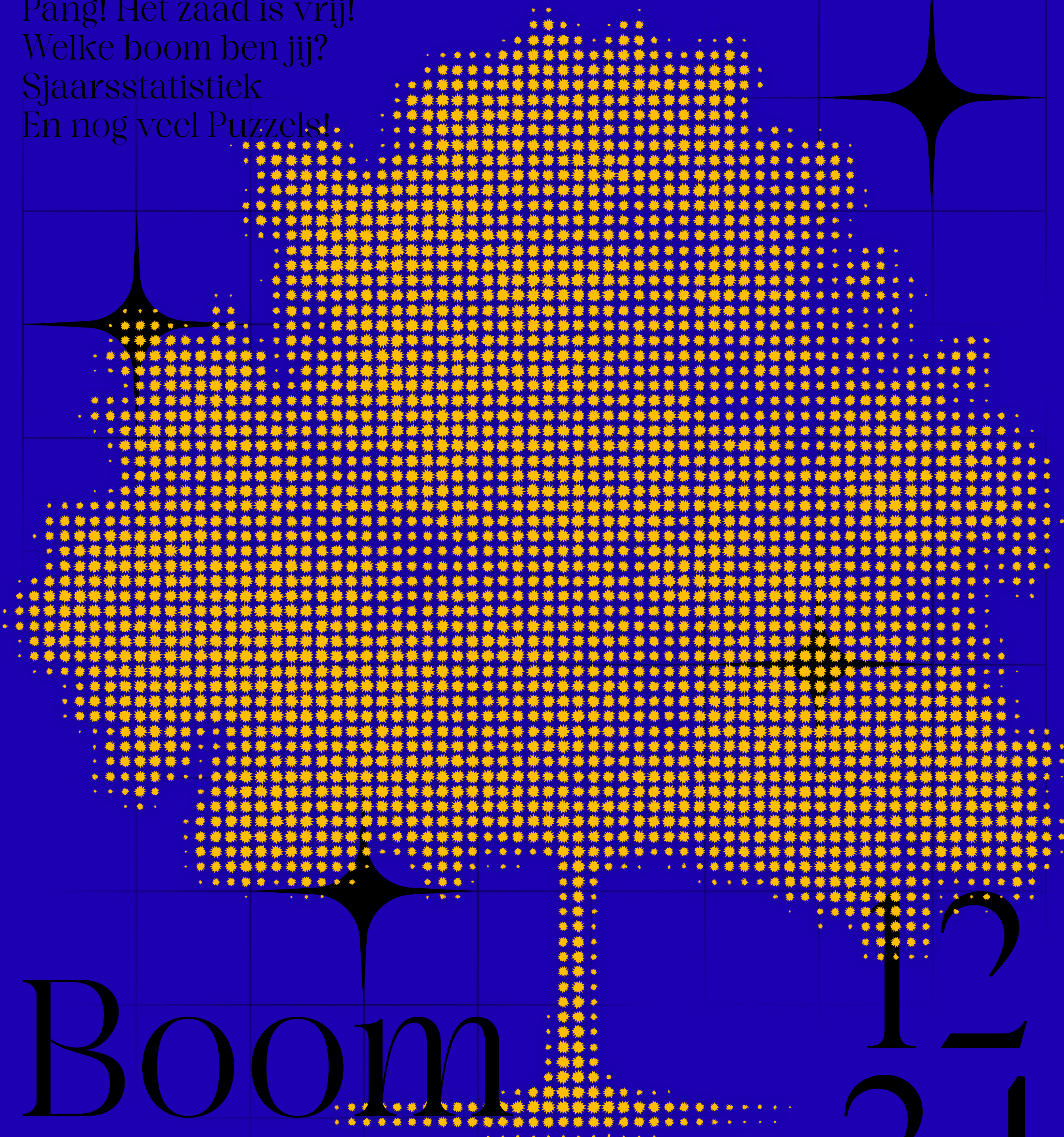
VAKIDIOOT

Pang! Het zaad is vrij!
Welke boom ben jij?
Sjaarsstatistiek
En nog veel Puzzels!



Boom

12
24

Studievereniging
A–Eskwadraat

In dit nummer

Uitgave 30 december 2024
Oplage 100
Deadline 19 maart 2025

De Vakidioot is een uitgave van
Studievereniging A–Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht

Telefoon (030) 253 4499
Fax (030) 253 5787
Website a-eskwadraat.nl/vakid
E-mail vakid@a-eskwadraat.nl

Redactie
Senna van Os
Margo van Assenbergh
Wout Koekoek
Lara Timmers
Roxy van de Kuilen
Yoram Veltmaat
Julius Kragting

Voorzitter
Margo van Assenbergh

Eindredactie
Roxy van de Kuilen

Secretaris-Generaal
Yoram Veltmaat

Kopijmeester
Wout Koekoek

Omslag
Wout Koekoek

Met dank aan
Veerle van den Hurk
Jasper Oostlander

Redactioneel

Lieve lezer,

Het is me een waar genoegen om de redactioneel van de eerste editie van het nieuwe jaar te schrijven voor de Vakidioot. Er zijn een hoop dingen veranderd. Zo sturen we de Vakidioot niet meer naar de mensen thuis, maar kan je hem online lezen of gezellig in de kamer van A–Es. Als je er graag toch een mee naar huis wil voor je Vakidiootcollectie (wat wij van de Vakidioot begrijpen), dan mag je er natuurlijk altijd ééntje meenemen.

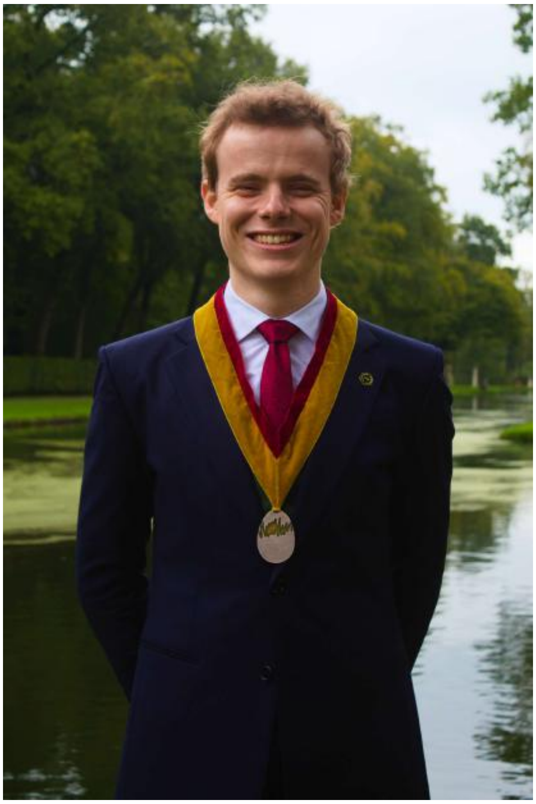
Binnen de commissie is er ook een hoop veranderd. Zo hebben we afscheid moeten nemen van een hoop enthousiastelingen: Maarten Peet, Ruben de Vries, Hugo van der Wilt, Lisette Helder en Paul Stapel. Stuk voor stuk hebben ze fantastische artikelen geschreven en achter de schermen hard gewerkt aan de Vakidioot. We hopen nog eens een gastartikel te ontvangen van deze toppers. Gelukkig zijn er ook een aantal nieuwe commissieleden bijgekomen! We verwelkomen Roxy van de Kuilen, Yoram Veltmaat en Julius Kragting bij de redactie. Lees vooral hun artikelen!

Over deze editie gesproken, het thema is... *Boom!* We hebben het thema – zoals de Vakidioot dat vaker doet – een woordspeling gemaakt. Zo kan je het op z'n Nederlands maar ook op z'n Engels lezen! Deze editie heeft daarom van alles over bomen: een gedicht, interview, puzzel, maar ook iets over complexe wortels en de wiskunde achter bonsaibomen. Ook explosies hebben we bij deze editie genoeg! Zo kan je lezen over de schokgolf van een bom, ontploffende planten en zelfs een explosief doolhof oplossen.

Toedels en namens de redactie veel leesplezier,
Margo van Assenbergh
Voorzitter Vakidioot

Van de voorzitter

Quirijn Kokkeler



Hoi lieve leden,

Superleuk dat jullie ook even willen lezen wat ik allemaal te vertellen heb. Dit is mijn eerste stukje voor de Vakidioot als voorzitter van A–Eskwadraat en daarom vind ik het wel een beetje spannend, maar ik hoop dat ik er wat leuks van kan maken. Mocht dit deze keer niet het geval zijn, dan heb ik gelukkig nog twee keer om te oefenen. Alle tips die je misschien voor mij hebt over het schrijven van het voorwoord ontvang ik graag in het echt, dus kom vooral langs de gezelligheidskamer!

Inmiddels is het collegejaar alweer goed op gang gekomen. Het eerste blok zit erop, de dagen worden korter en het begint ook weer stervenskoud te worden. Gelukkig zijn er ook nog heel veel leuke dingen geweest om op terug te blikken. Zo is de introductie geweest, kon je geitjes aaien met de StartCie, een weekendje weggaan met de Breek, naar de kinderdisco van de BBCie en nog veel meer. Natuurlijk hebben we ook onze wissel AV gehad, die, zoals je wellicht al hebt gemerkt, succesvol was. Anders hadden jullie nu genoten van een voorwoord van Bram.

Bestuur zijn begint inmiddels wel een beetje te wennen. Normaliter ben ik absoluut geen ochtendmens, maar ik begin het om negen uur op de universiteit zijn toch langzamerhand onder de knie te krijgen. Ik heb wel nog mijn mok koffie in de ochtend nodig voordat ik helemaal op gang kom. Gelukkig betekent vroeg op de uni zijn ook dat ik om vijf uur ’s middags klaar ben. Deze scheiding tussen werk en vrije tijd begint me een redelijk vast ritme te geven, wat ik stiekem als een wat oudere lul wel prettig begin te vinden.

Maar goed, onderhand is het tijd om dit stukje maar eens af te ronden. Er moet ook ruimte zijn voor een leuke foto van mij. Wel eentje waar ik nog wat meer haar heb dan nu, maar ik hoop dat ik ondanks dat een beetje te herkennen ben bij A–Eskwadraat. Ik wens jullie alvast heel veel plezier met het lezen van deze editie van de Vakidioot. De redactie heeft er weer iets prachtigs van gemaakt en ik weet zeker dat jullie ervan zullen genieten. Ik hoop jullie allemaal nog veel te spreken dit jaar en vaak te zien bij activiteiten!

Groetjes,
Quirijn Kokkeler
Voorzitter A–Eskwadraat

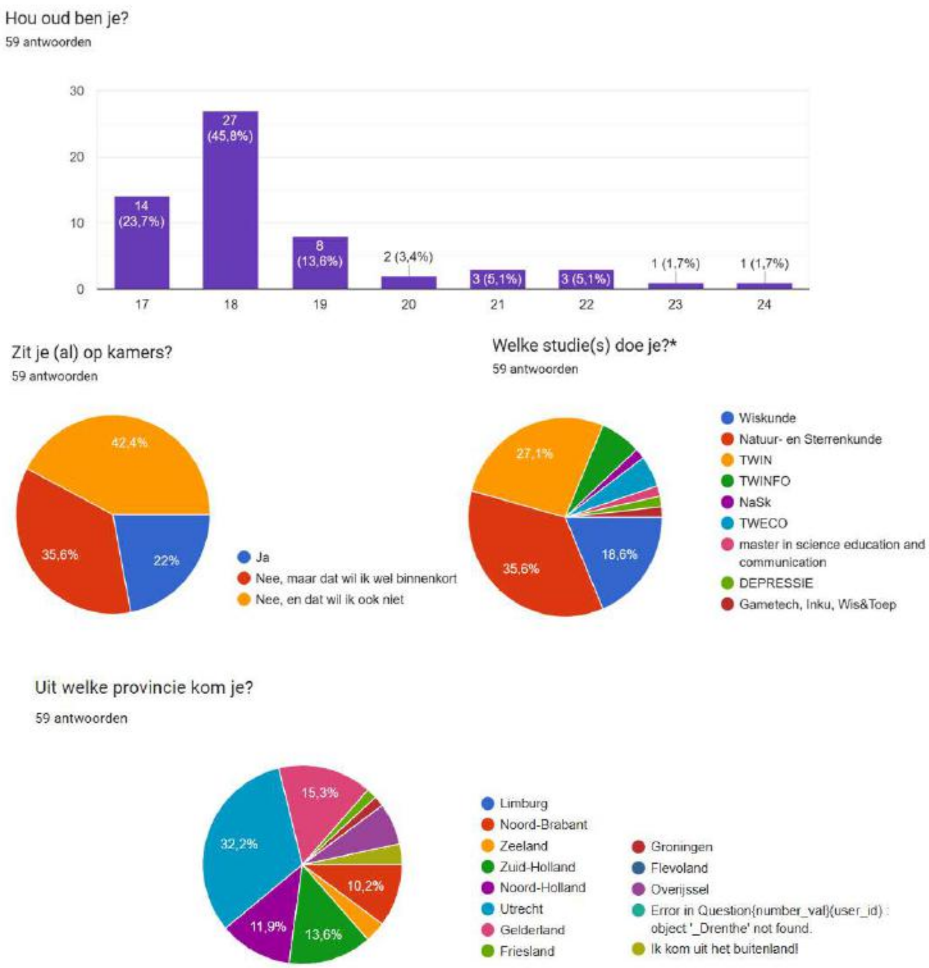
Wie zijn de eerstejaars?

Senna van Os

Hallo allemaal! Na mijn uitgebreide Vakidioot-hiaat, kom ik uit mijn hol gekropen om jullie een nieuwe editie van de alombekende eerstejaarsstatistiek te leveren[1]. Elk jaar wordt er een uiterst uitgebreid, professioneel en wetenschappelijk integer statistisch onderzoek gedaan over de demografische eigenschappen van de nieuwe lichting eerstejaars. Lees hieronder over verschillende wondere feiten over de volgende generatie! Ben je zelf eerstejaars? Wie weet, ontdek je iets nieuws over jezelf...

Dit jaar hebben 59 zelfverklaarde eerstejaars de enquête ingevuld. Uit sommige antwoorden trekt de onderzoekscommissie echter in twijfel of deze bevolking wel in eerlijkheid geheel eerstejaars is.

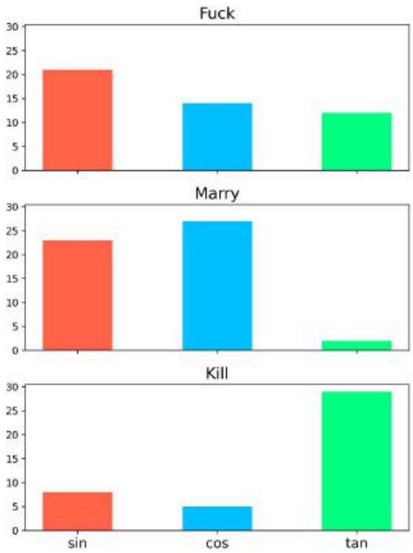
De eerste vier vragen zijn altijd basaal, saai, en oninteressant vanuit een bevolkingsleerkundig standpunt. Daarom is er gekozen om deze beknopt in enkele simpele plaatjes op te nemen. Zie figuur 1.



Figuur 1

[1]Mede mogelijk gemaakt door diverse downers en andere stimulerende middelen.

Om het gemiddelde wiskundige instapniveau van de eerstejaars te peilen begon de enquête met een uiterst ingewikkeld vraagstuk uit de goniometrie. Fuck, marry, kill: sin, cos en tan?



Figuur 2

Een oplettende lezer zou opmerken dat de totale hoeveelheden stemmen voor respectievelijk fuck, marry, kill niet optellen naar hetzelfde getal. Dit is de verklaren door een fout van het zeer gesophisticeerde telalgoritme dat we gebruikt hebben (Senna)[2]. Het meest gekozen antwoord, met zo'n 15 stemmen, komt overeen met de uitkomsten van het figuur: fuck sin, marry cos, kill tan. Er zijn enkele mogelijke verklaringen hiervoor:

1. Zo komen de volgordes van de woorden precies overeen met hun gebruikelijke volgorde.
2. Mensen associëren fysieke intimiteit met zondigen (fuck: sin).
3. Dat waren al onze verklaringen.

Op naar de volgende vraag. Elk jaar worden de eerstejaars ook gevraagd voor hun favoriete golflengte in het zichtbare spectrum. Wat, als je er over nadenkt gewoon een hele verkapte manier is om iemands favoriete kleur te vragen. Als we het gemiddelde van alle (geldige) antwoorden nemen, krijgen we 607 nm: een prachtige, pure oranje[3]. We hebben het antwoord van anonieme sjaars #35 ('380e-9 en 650e-9 bij elkaar') helaas moeten diskwalificeren, omdat de mengverhouding niet gespecificeerd werd. Bovendien hebben we ook alle antwoorden met eenheid in (tera)hertz niet meegerekend. Elk jaar worden weer nieuwe manieren verzonnen om de laars te lappen met het begrip 'golflengte'. Ik ben teleurgesteld.

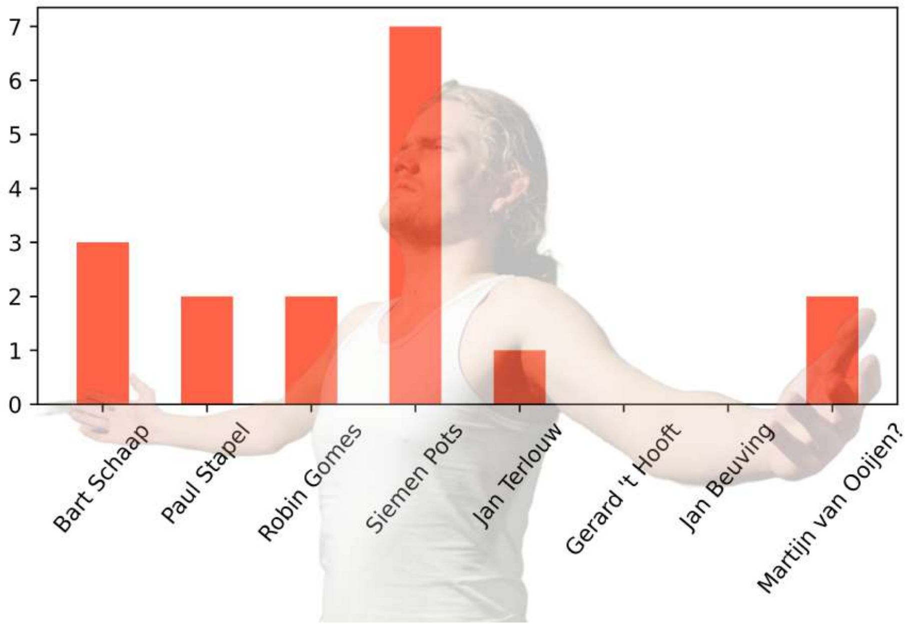
Een ander vast onderdeel van de Vakidioot Eerstejaarsenquête™ (en iedere andere zelfrespecterende demografische vragenlijst) is de gemiddelde SPM (selfies-per-minute) van de eerstejaars. Hierbij gaan we in de aankomende jaren duidelijker benadrukken dat het om een **TIJDSGEMIDDELDE** gaat, genomen over het gehele leven. Tenzij je nul selfies hebt genomen sinds je geboorte, is '0' geen geldig antwoord. Toch hebben veertien sjaars dat antwoord gegeven. Aan de andere kant, wie weet, jullie zijn wel bètastudenten, dus misschien hebben jullie écht nul selfies gemaakt in je leven.

Andere eerstejaars begrepen wel wat er bedoeld werd. De orde grootte van de antwoorden lag doorgaands in de tientallen nSPM. Dank aan sjaars #9 en #10 voor de uitgebreide berekeningen! Jullie methode van behoud van ego toepassen op de Poynting vector van het ijdelheidsveld was erg pienter. Nog een sjaars beantwoordde met 'nadert nul', en gaf een mooi bijbehorend ϵ-δ bewijs. Andere mooie uitschietende antwoorden waren '10', '20' en (sjaars boven sjaars) '120'. Gemiddeld twee selfies per seconde is een flinke klus om vol te houden over een geheel leven, chapeau.

Dit jaar heeft de onderzoekscommissie, naast het demografische onderzoek, het ook op zich genomen om de onderliggende sociale relaties van eerstejaars in kaart te brengen. De eerste vraag van deze categorie dient te bepalen welke hogerejaars A–Essers de grootste sfeer van invloed hebben onder de eerstejaars, zie figuur 3.

[2] Noot van Senna: :(

[3] De onderzoekscommissie wilt graag benoemen dat de gemiddelde kleur van vorig jaar Brat groen was. Helaas was de timing dus niet goed om daar een grapje over te maken. Bij deze maken we de grap met terugwerkende kracht.



Figuur 3 *Martijn van Ooijen is alleen genoemd als 'die krullebol die foto's maakt' en 'die guy met bril en camera die gay doet met die blonde'.*

Ook een shoutout naar alle leden die maar één stem hebben gekregen en dus niet in het figuur zijn opgenomen: Bjorn Kiezebrink, Brian Janssen (hoe ken je een elfdejaars?), 'Emma de Jong', Hylke Hoogeveen, Huub Pont, Jouke van der Woud, Keta Kasper, Kevin van Dijk, Lara Timmers, Siem Peele, Siem Pelen, Siem Peelen, Siem Pele, Margot van Essenbergh, Marit Klein 'Jan-Bartholomeus' Meulekamp, Yoram Veltmaat, Olaf Boekholt, Robin Timmerman, Slayfay, Max Maasdam, Fons Fledderbak, Knoert Klokiebril, Foek Lammenschaap, Tibbe Kaakdorst, Ruul Koekbaard, Paul Knikkerbaas, An Toilette, Joachim Zaal, Weeg Bree, Jay Verworst, Nicotine, Hans Abonnement en, tot slot, Hystibe Rabbelvoet. Foei naar de supermentoren die niet op de lijst zijn gekomen. Hoe heeft niemand jullie gekozen? Zelfs Knoert Klokiebril heeft een stem, en niemand mag die gozer.

De onderzoekscommissie heeft specifiek ingezoomd op de invloed van de intro op de eerstejaars. Wie van die bezige bijen in het zwart is blijven hangen bij de introlopers? Ik ben blij om te melden dat alle introleden zich in ieder geval één stem rijk mogen tellen. De top drie bestond uit: Vincent Vlot, Kevin van Dijk en Sander Loo. Gefeliciteerd! Boekboekboek.

Figuur 4 *De drie winnende introleden op een podium. Nogmaals gefeliciteerd Vincent Rap (nr. 1), Kevin van Dijk (nr. 2) en Sander Loo (nr. 3)!*

De volgende vraag heeft wat inleiding nodig. Vroeger stelden we altijd de vraag 'Wat is je favoriete pastavorm?' Hoewel dit een goede gespreksstarter is, en bovendien, een lakmoestest voor of iemand wel een vriendschap waard is, vonden we de vraag na langdurig gebruik een beetje eentonig worden. Daarom heeft de redactie dagenlang gepeinsd over een nieuwe charmante, simpele vraag die eenzelfde hoeveelheid persoonlijkheid over kan brengen...

Wat we hebben verzonnen, is 'Als jij een ei was, hoe zou je bereid willen worden?' De gebruikelijke antwoorden kwamen natuurlijk veel voor: gebakken, spiegelei, hard-/zachtgekookt, geklutst, paasei.

Twee eerstejaars hebben zelfs gezegd dat ze graag met radioactieve straling gebakken willen worden. Omdat er zoveel diversiteit zit in de mogelijke antwoorden, is een staafdiagram hier niet zo nuttig, daarom is besloten om een opsomming van de meest unieke antwoorden te geven:

- 'Demonstratie werpen';
- 'Met radioactieve straling';
- 'Boer'n omelet';
- 'Bevrucht';
- 'Custard';
- 'Advocaat';
- 'Ik hou er vooral van als je me achterstevoren in cowgirlpositie bereidt, of was dat niet de vraag?' (Nee dat was het niet, viespeuk.)

en onze favoriet:

- 'Kakoen'. [sic]

Om de creativiteit van de eerstejaars verder te prikkelen, vroegen we naar hun favoriete mythe. Ook hier zijn een paar gouden antwoorden uit gekomen: Simon Taurus, Oedipus, Too Hot to Handle, Fabeltjeskrant, de zon en maan Unikkaaqtuat, 'dat de bovenstaande namen van de introcommissieleden bij de juiste bijbehorende foto's zijn gezet, ik ben misschien sjaars maar ik ben niet achterlijk' en '3 jaar over je bachelor doen'.

Tot slot zitten er altijd een stel open vragen in de eerstejaarsenquête, 'Wil je nog iets kwijt?' en 'Vertel eens een goede mop' (beide verplicht). De eerste roept altijd veel emotie op bij de eerstejaars. Mijn medelijden gaan uit naar de eerstejaars die afwillen van hun problemen, of het nou boze stiefmoeders zijn, slechte cijfers voor mechanica, studieschuld, genderdysforie of hun overschot aan eieren. Ik wil nog de tijd nemen om op sommige specifieke antwoorden te reageren:

'Volgens mij kloppen de foto's niet met de namen van de introductiecommissie mensen' Dat zullen we even checken voor de editie uitkomt. Als het goed is, is het nu gecorrigeerd. Dankjewel!

'Wat is je nummer?' Kijk maar op de A–Es site. ;)

'Wie heeft bedacht dat dit een verplichte vraag is?' Dat is inderdaad de grap, lieve eerstejaars.

'Margo als je dit leest, trek een bak.' Nou Margo, ga je gang. :)

Een verhaal geschreven door sjaars op de ALFA:

Er was eens een gebouw op het Science Park genaamd *Het Minneart*. Hier kwam op een ochtend een groepje sjaars bijeen om uit te vogelen bij welke commissie ze zouden willen horen. Het groepje zag opeens een kraampje met twee buitenaardse wezens zitten.

'Wat doen jullie hier?' vroegen de sjaars.

'Wij komen hier ook natuurkunde leren.' zeiden de aliens. 'En we zoeken een nieuwe planeet want Mars is niet meer bewoonbaar door klimaatverandering. De maan is opgegeten door de edukaasie.'

Het groepje sjaars voelde zich heel schuldig voor de aliens, daarom gaven ze twee frikandelbroodjes en liepen ze weer door.

'Dat klonk erg vervelend,' zei de sjaars, 'maar ik heb geen interesse in klimaatdynamica, sorry.'

De aliens hoorden dit en werden heel erg boos. Ze riepen iets in Mars taal, wat ongeveer vertaald kan worden als 'Potjandikkie prutjes, jullie kaaskoppige aardlingen!'

Toen hoorden de aliens van de WebOps, ze kalmeerden en wilden daar meteen bij (voor de achievements). Toen ze de WebOps naderden werden ze echter onderbroken door het afleidende kabaal van de SportCie. De aliens luisterden aandachtig naar het kabaal en kwamen er, tot hun uiterste verbazing, achter dat de Sportcie onironisch Antoon aan het luisteren was.

'Je kan veel beter naar De Kloof luisteren!' schreeuwden de aliens. Maar de SportCie hoorden ze niet, hun workout playlist stond te hard. Zo hard, dat Het Minnaert explodeerde in een zweterige vuurbal.

Het Einde.

Wat zouden bomen dromen?

Mensen hebben dromen,
Ze dromen van wat hen is ontnomen,
Of juist van wat nog zal komen.
Dromen in de nacht of dromen met een doel,
Soms zijn ze eng, anderen geven een goed gevoel.
Maar wat voor dromen hebben bomen?
Wanneer ze slapen in de open lucht onder het licht van de maan,
Dromen ze van de aarde waarin ze staan?
Vragen ze zich af of hun wortels diep genoeg gaan?
Zouden ze liever elk jaar met dezelfde blaadjes doorgaan?
Of hadden ze liever als struik bestaan?
Zou een spar veel liever een loofboom zijn?
Is onbereikbaar geluk het onderwerp van de dromen van een
boom met zielepijn?
Is de prikkeligheid van de den maar schijn?
Is er een bomendromenencyclopedie, of is dat overdreven?
Droomt de treurwilg op iets positiefs in het leven?
Hoopt de eik op een liefdesbrief, handgeschreven?
Worden bomen net als mensen soms wakker met angstkreten?
Hebben zij ook wel eens last van hun geweten?
Onthouden bomen hun dromen, of zullen ze deze snel vergeten?
Droomt de bonsai zo groot te zijn als een kustmammoetboom?
Helpt een beetje dromen tegen de piekerende boom zijn
onrustige gedachtenstroom?
Of bestaat er helemaal niets zoals een boomdagdroom?
Zijn zij nooit diep verzonken in hun gedachten?
Denkend aan hun angsten of waar ze naar smachten?
Beleven bomen dromen tijdens de nachten?
Er is nog nooit zoiets vernomen,
Dus helaas zullen we niet snel te weten komen
wat bomen
dromen.

Roxy van de Kuilen

Kleine bomen, veel wiskunde

Roxy van de Kuilen

Waarschijnlijk heb je wel eens van bonsai gehoord. Van die kleine boompjes met vaak een kronkel in de stam. Ze worden vaak geassocieerd met rust, kalmte, yoga en zen. Hoe kan het dat de boompjes die rust uitstralen? Waar moet een ultieme bonsaiboom aan voldoen? Het blijkt dat bonsaikwekers (onbewust) veel met wiskunde bezig zijn.

De basis van bonsai

Voordat we meer over de wiskundige achtergrond kunnen leren, duiken we in de historie van bonsai. Volgens Van Dale betekent dit woord zowel 'de techniek om miniatuurbomen te kweken' als (en ik citeer letterlijk) 'zo'n boompje'. De bonsaitraditie is oorspronkelijk afkomstig uit het Chinese Keizerrijk waar het *penjing* of *penzai* werd genoemd. Rond de zevende eeuw kreeg de Japanse keizerin een paar penjing-bomen van Chinese diplomaten. Sindsdien verspreidden de boompjes zich door de Aziatische eilandstaat. Ongeveer 600 jaar later werd de kunstvorm eigen gemaakt door Japanners. De Japanse versie van de penjing stond vanaf de veertiende eeuw bekend als *hachi no ki*. Pas in de negentiende eeuw werd de term bonsai, zoals we die nu kennen, gebruikelijk.

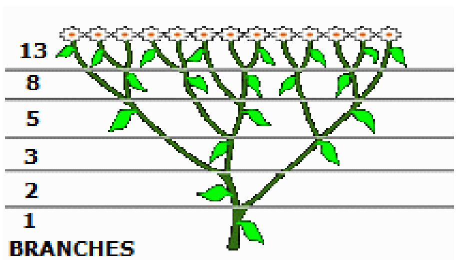
Figuur 1 *Een Japanse azalea in bonsai-uitvoering.*

Voor het kweken van de bonsai, gebruiken Japanners veelal inheemse planten, waaronder de Japanse esdoorn of iep. Ondanks deze traditie, kunnen we in Nederland ook bonsai kweken, aangezien bijna elke plantensoort met een houten stam geschikt is voor deze kunstvorm. Wel is de ene plantensoort handiger dan de andere. Zo kan een plant met dunne, makkelijk vervormbare takken een beter resultaat geven, net als dat een taaie plant praktisch kan zijn om ingrijpende technieken toe te passen.

Rij van Fibonacci

Stel, je zit bij een IQ test en ze vragen je om het volgende getal van het rijtje te geven: $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89$. Als je 144 zegt, heb jij de rij van Fibonacci helemaal onder de knie! Deze rij, die in 1202 is gepubliceerd in *Liber abaci* door Leonardo van Pisa, bestaat uit cijfers die de som zijn van de twee voorgaande getallen.

Bij het snoeien van een bonsaiboom, gebruikt men deze rij om te bepalen hoeveel stengels afgeknipt moeten worden. Er wordt verondersteld dat er twee nieuwe scheuten groeien uit een 'wond'. In het geval dat het er meer zijn, worden er maar twee behouden. Volgens bonsai krijgt de boom een aantrekkelijker uiterlijk als het aantal nieuwe scheuten volgens de rij van Fibonacci wordt bepaald.

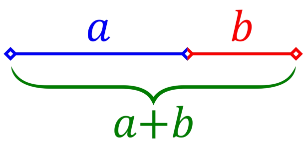


Figuur 2 *Fibonacci in bonsai.* [1]

Dit principe is in Figuur 2 uitgebeeld. Als we beginnen met één enkele tak, maken we aan het uiteinde van de tak een wond. Na een groeiperiode hebben we dan in theorie twee scheuten. Volgens de Fibonacci rij, moeten we van één scheut weer een stukje afsnijden om na een groeiperiode drie takjes te hebben. Bij de i-de snoeibeurt moet je dus zoveel wonden maken aan de scheuten als dat er scheuten waren bij de $(i-1)$-de snoeibeurt om een visueel fijne uitstraling te krijgen.

Gulden snede

Met de rij van Fibonacci kunnen we de gulden snede benaderen. Dit getal staat voor de verdeling van een lijnstuk in een bepaalde verhouding.



Figuur 3 *De verhouding tussen a en b is gelijk aan de verhouding tussen $a+b$ en a.*

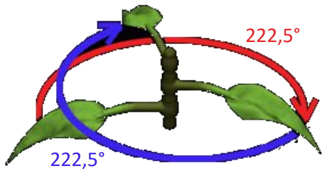
Als we de lengte van het grote lijnstuk met a aanduiden en de lengte van het kleine stuk met b, voldoen deze getallen aan de verhouding $a : b = (a+b) : a$. Deze verhouding $a : b$ noemen we dan het gulden getal, noteren we met φ en is gelijk aan $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Met behulp van de Fibonacci rij kunnen we dit getal ook benaderen. Dit doen we door de verhouding van de opeenvolgende getallen uit de rij te berekenen. Het blijkt dat

$$\varphi = \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} \approx 1{,}618$$

een benadering is verkregen door het delen van een Fibonacci-getal f_{n+1} door het voorgaande getal f_n in de rij.

Figuur 4 [2]

Ook dit wiskundige getal wordt gebruikt in de bonsai kunstvorm. Omdat we het niet te moeilijk voor onszelf moeten maken, gebruiken we meestal de vereenvoudigde verhouding $1{,}5 : 1$, oftewel $1 : \frac{2}{3}$. Deze ratio wordt veelvuldig toegepast in de kunstvorm. Zo is het de norm om de laagste tak op $\frac{1}{3}$ hoogte van de totale boom te hebben, zodat $\frac{2}{3}$ van de boom gevuld is met takken. Meestal wordt er geprobeerd om elke volgende tak ook volgens de gulden snede te plaatsen tussen de omringende takken. Dit zou zorgen voor een rustig en visueel bevredigend resultaat. De verhouding wordt ook toegepast op de plaatsing van de scheuten rond om de stengels. Nieuwe takjes vinden zich namelijk in de ideale positie als ze $222{,}5^\circ$ (jawel, $\frac{360^\circ}{1{,}618}$) van de oude vandaan groeien.



Figuur 5 [3]

De gulden snede wordt niet alleen gebruikt tijdens het groeien van een bonsai. Er zijn ongeschreven regels over de plaatsing van de boom, zowel in een pot als in de ruimte. Voor beiden geldt dat dit niet in het midden mag zijn. De bonsaiboom hoort niet in het midden van een pot geplant te worden, maar moet op ongeveer $1/3$ of $2/3$ van de breedte geplaatst worden. Evenzo, wanneer de pot op een tafel of kast geplaatst wordt, moet dit volgens de gulden snede gebeuren: niet centraal op het meubel, maar iets links of rechts van het midden.

In theorie

Dit is weer een mooi voorbeeld dat de hele wereld gebouwd is op wiskunde. Zelfs kunstvormen zijn niet veilig voor de bètawetenschap. Toch moet ik even een kleine kanttekening maken. Wat ik hiervoor beschreven heb, is natuurlijk allemaal *theorie*. In theorie kan je met de rij van Fibonacci en de gulden snede voor een visueel aangenaam uiterlijk van je bonsai zorgen. Of je boom zelf zich ook aan deze kunstregels houdt, is dan maar de vraag. Om een echte online bonsai-kenner te citeren: "De natuur heeft haar eigen wetten en verzint deze soms spontaan."

Bibliografie

[1] https://bonsaiplace.net/2015/10/04/fibonacci-and-bonsai/

[2] https://bonsai4me.com/the-application-of-art-principles-in-bonsai-part-one-the-golden-section/

[3] https://www.cosmic-core.org/free/article-178-botany-the-geometry-of-plants-part-1-fibonacci-sequence/

Explosieve dimensionaalanalyse

Yoram Veltmaat

Het wordt bij natuurkunde maar al te vaak benadrukt: controleer je eenheden! Vaak is het toch sneller om ze te vergeten en pas bij een vraag waar je getallen in moet vullen (iewl) een eenheid te verzinnen die logisch klinkt. Toch ga ook ik het zeggen: soms zijn eenheden (of liever gezegd *dimensies*) best wel handig. Een schoolvoorbeeld van het belang van dimensies is het verhaal over de Trinity Test, waarbij het met het handig rekenen met dimensies mogelijk is om een resultaat van de natuurkundige G.I. Taylor af te leiden over de straal van de vuurbal die ontstaat ten gevolge van een atoombom.

Dimensies

Om met dimensies te kunnen werken, is het wel handig om goed te begrijpen wat een dimensie eigenlijk is. Hiervoor moeten we even terug naar het begin: een natuurkundige grootheid is een eigenschap die (op een kwantitatieve manier) *meetbaar* is. Je meet dan een waarde, de *meetwaarde*, die je uitdrukt in een bepaalde *eenheid*. Voor het concept van dimensies is het belangrijk om goed te begrijpen wat eenheden nou eigenlijk zijn. Als je een meting doet, bijvoorbeeld 'die boom is 15 m lang', dan vergelijk je de lengte van de boom met een hypothetisch object van precies één meter. Dat object past dan, volgens jouw meting, precies 15 keer in de lengte van de boom. Een meetwaarde geeft dus een verhouding tussen de grootheid die je wil meten en de gebruikte eenheid.

Nu zijn eenheden natuurlijk heel handig, maar het kan soms onhandig zijn om te werken met deze keuze van ons basisobject waarmee we dingen vergelijken. Om dit te omzeilen zijn er dimensies. Je kunt dimensies zien als een concepteenheid waarbij nog geen keuze is gemaakt voor de grootte van het 'object' waarmee je gaat vergelijken[1]. Er zijn zeven (standaard) basisgrootheden[2] (zie Tabel 1), waarin alle andere fysische grootheden uitgedrukt kunnen worden. Een grootheid die als dimensie een product van basiseenheden heeft, noemen we een *afgeleide grootheid*.

Basisgrootheid	Symbool	Dimensie
lengte	l	L
massa	m	M
tijd	t	T
electrische stroom	I	I
temperatuur	T	Θ
hoeveelheid stof	n	N
lichtsterkte	I_v	J

Tabel 1 *De zeven basisgrootheden en de bijbehorende dimensies.*

We gebruiken blokhaken om de dimensie van een grootheid aan te geven. Zo geldt er bijvoorbeeld voor kinetische energie:

$$T = \frac{1}{2}mv^2, \qquad [T] = \mathrm{M}\left(\mathrm{L}\,\mathrm{T}^{-1}\right)^2 = \mathrm{M}\,\mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}.$$

[1] Uiteraard is het niet altijd een fysiek object waarmee je gaat vergelijken. Zo is er geen fysiek object wat 'temperatuur' voorstelt, maar het gaat om het idee. Vroeger waren er, voor een aantal eenheden, wel zulke objecten. Een voorbeeld is de platina staaf die ooit bij het Corps Législative lag. Deze functioneerde als definitie voordat de meter als standaarddefinitie gehanteerd werd.

[2] Hier staat het woord 'standaard' niet toevallig. Er zijn andere grootheden (met corresponderende dimensies) die je als basis kunt kiezen. Zo is het bijvoorbeeld mogelijk om een systeem te kiezen waarin lading een basisgrootheid is en lading een afgeleide grootheid. Deze verzameling zou nog steeds een basis vormen.

Appels met peren vergelijken

Elke fysische vergelijking beschrijft een numerieke relatie die onafhankelijk is van de keuze van eenheden. Bovendien wil je dingen vergelijken die überhaupt vergeleken kunnen worden. Zo is het niet bijzonder nuttig als je meet dat de buitentemperatuur in graden Kelvin 's winters hetzelfde is als de lengte van de langste man ooit in centimeters. Dit is een geval waarin het meer toeval is dat we de standaardeenheden voor deze grootheden ooit zo gedefinieerd hebben. Deze eisen zorgen ervoor dat fysische vergelijkingen aan beide kanten dezelfde dimensie moeten hebben. Alleen dan is het logisch om te praten over gelijkheid van grootheden. We noemen dit *dimensionale homogeniteit*. Hierbij is het wel belangrijk om te bedenken dat totaal verschillende grootheden met dezelfde dimensie niet gerelateerd hoeven te zijn. Zo hebben krachtmoment (torque) en arbeid beide de standaarddimensie $\mathrm{M\,L^2\,T^{-2}}$ (zie Tabel 1), maar zijn ze niet vergelijkbaar (zeggen dat de één groter is dan de ander) op een nuttige manier. Niet elke vergelijking met gelijke dimensies is dus een fysisch relevante vergelijking.

Het Manhattan Project

Gedurende de Tweede Wereldoorlog werkte de Britse overheid samen met de Amerikaanse overheid om een atoombom te produceren in het Manhattan project.

G.I. Taylor was een professor in de vloeistofdynamica aan de Universiteit van Cambrdige. In 1941 – nog voor het Manhattan Project formeel van start was gegaan – werd hij benaderd door het 'UK Ministry of Home Security' die hem vertelde dat het allicht mogelijk is om een bom te maken die een enorme hoeveelheid energie vrijlaat door middel van kernsplijting. Hem werd gevraagd om een inschatting te maken van de kracht van een dusdanige bom. Hij werkte hier enige tijd aan en het artikel werd eind juni 1941 afgegeven bij het ministerie. Het artikel was uiteraard – samen met een gelijkend artikel geschreven door von Neumann, die dezelfde opdracht had gekregen – strikt geheim. Pas in oktober 1949 kreeg Taylor de toestemming om het artikel te publiceren.[3] In 1947 werden er beelden vrijgegeven van de eerste explosie van een atoombom genaamd de Trinity test (waar Taylor zelf bij was geweest). Aan de hand van deze foto's heeft hij een tweede paper geschreven, met daarin een vergelijking van de theorie uit het eerste artikel met de foto's van de bom.

We zullen nu een vereenvoudigde manier laten zien om af te leiden wat de straal is van een atoombom als functie van tijd. Hierbij is de straal gelijk aan de straal van het golffront, die bestaat uit de grens tussen normale lucht en de sterk verhitte, zeer dichte lucht binnen in de zogenaamde vuurbal die ontstaat na de explosie. Het is belangrijk om te benadrukken dat de manier die hier gepresenteerd wordt, niet de manier is die Taylor ooit gebruikt heeft. De manier die hij gebruikte is een stuk geavanceerder.

De afleiding

Om de afleiding te doen moeten we een paar dingen aannemen. Allereerst nemen we aan dat de explosie bolsymmetrisch is. Ook nemen we aan dat de energie vrijkomt uit een klein volume.

Nu kunnen we eens kijken naar welke onafhankelijke fysische grootheden waarschijnlijk impact hebben op de straal R van het golffront. We vinden: de energie E die vrijkomt bij de explosie; de tijd t sinds de explosie; de luchtdruk p_0 buiten de vuurbal (immers als de lucht heel erg zwaar is, dan moet een bom meer 'moeite' doen om er beweging in te krijgen).

We kunnen nu kijken of er een mogelijke relatie is tussen deze variabelen van de vorm:

$$R = KE^x t^y \rho_0^z \tag{1}$$

waarbij x, y, z constantes zijn. Ook hebben we een dimensieloze constante K toegevoegd om eventuele lineaire schaling mogelijk te maken. We kunnen nu terugkeren naar onze eerdere discussie. Deze vergelijking kan alleen fysisch zijn als deze dimensionaal homogeen is. Verder geldt er dat de twee kanten – nadat we ervoor gezorgd hebben dat er homogeniteit is – vergelijkbaar zijn doordat we goed nagedacht hebben over welke parameters mogelijk relevant kunnen zijn.

[3] Er gaan veel geruchten rond over dit verhaal, waarvan veel onjuist. Sommigen zeiden zelfs dat Taylor opgepakt zou zijn omdat hij deze geheime informatie zomaar gepubliceerd zou hebben.

We kunnen nu aan beide kanten van vergelijking (1) de dimensie berekenen en dimensionale homogeniteit eisen. De vergelijking

$$[R] = [E]^x\,[t]^y\,[\rho_0]^z$$

impliceert dat het volgende moet gelden:

$$\begin{aligned} \mathrm{L} &= (\mathrm{M}\,\mathrm{L}^2/\mathrm{T}^2)^x\,\mathrm{T}^y\,(\mathrm{M}/\mathrm{L}^3)^z \\ &= \mathrm{M}^{x+z}\mathrm{L}^{2x-3z}\mathrm{T}^{-2x+y}. \end{aligned}$$

Dit resulteert in een systeem aan vergelijkingen

$$x+z=0, \quad 2x-3z=1, \quad -2x+y=0,$$

welke we kunnen omschrijven tot een matrixvergelijking:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

We kunnen de bovenstaande matrix inverteren om de (unieke) oplossing voor x, y en z te krijgen. Er volgt dat:

$$x = \frac{1}{5}, \quad y = \frac{2}{5}, \quad z = -\frac{1}{5}.$$

Hiermee kunnen we dus, volgens vergelijking (1), schrijven dat

$$R(t) = K\,E^{\frac{1}{5}}\,t^{\frac{2}{5}}\,\rho_0^{-\frac{1}{5}}. \tag{2}$$

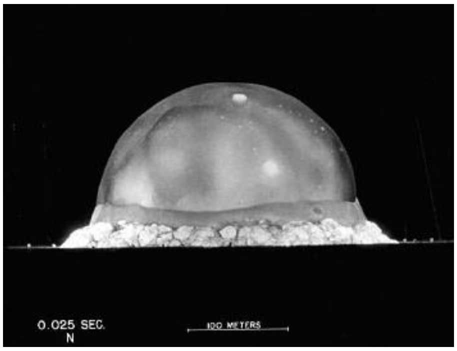
We hebben nu een uitdrukking voor $R(t)$, zoals we graag wilden. Er is echter nog een probleem: de constante K is nog onbekend. In de originele afleiding van Taylor blijkt dat K een functie is van de adiabatische index γ. Het is dus beter om $K(\gamma)$ te schrijven.

De waarde van γ is voor normale lucht, die bijna volledig uit zuurstof en stikstof (beide diatomische gassen) bestaat, gelijk aan $7/5$. Voor monoatomische gassen is de waarde $\gamma = 5/3$. Een belangrijke vraag was of de explosie ervoor zou zorgen dat de moleculen zouden splitsen om een monoatomisch gas te vormen, waardoor de waarde van γ zou veranderen. Taylor heeft toen beide berekeningen gedaan, maar besteedde voornamelijk aandacht aan het geval $\gamma = 1.4$ omdat hij dit als het meest waarschijnlijk achtte.

Taylors tweede artikel

Zoals eerder genoemd heeft Taylor twee artikelen gepubliceerd. De eerste is degene die hij tijdens de oorlog heeft geschreven en de tweede heeft hij pas later geschreven. In de tweede paper gaat hij in op de experimentele onderbouwing van zijn formule en de bepaling van de waarde van $K(\gamma)$.

In 1947 werden er een aantal foto's van de eerste explosie van een atoombom vrijgegeven. Belangrijk was dat ze een afstandsschaal en een tijd sinds het begin van de explosie weergaven.



Figuur 1 *Een van de foto's van de Trinity test. Er waren in totaal 25 van dit soort foto's.*

Aan de hand van deze 25 foto's kon Taylor een logaritmisch plot maken van zijn voorspelling en met de datafit kon hij een voorspelling doen van de waarde van $K(\gamma)$. Met enige berekening concludeerde hij dat, onder de aanname dat $\gamma = 7/5$, de waarde van $K(7/5)$ gelijk is aan 1.032. Hiermee hebben we een redelijk nauwkeurige beschrijving van de vuurbal die ontstaat door een atoombom (voor de tijd dat deze bestond uiteraard).

Bibliografie

[1] G. I. Taylor, "The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion," *The Royal Society*, 1950. `https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0049`

[2] G. I. Taylor, "The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945," *The Royal Society*, 1950. `https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0050`

[3] M. A. B. Deakin, "G.I. Taylor and the Trinity test," *Taylor & Francis*, 2011. `http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2011.562324`

Interview met een échte boom

Senna van Os

Loop jij ook wel eens door bebost gebied met de vraag 'Wow, wat zouden al deze houten gestaltes om mij heen denken op dit moment?' De boom is voor ons mensen een vrij enigmatisch wezen. Hoe vaak je ook probeert hun takken los te peuteren, de stokheid van een boom blijft onbreekbaar. Toch heeft de Vakidioot paparazzi reeds bij de toneelvoorstelling 'House of Dracula' (2024) van studievereniging A–Eskwadraat een zeer spraakzame boom aangetroffen, die maar al te graag instemde om een exclusief interview af te nemen.

Interviewer: Zoals wij allen gezien hebben in het baanbrekende toneelstuk 'House of Dracula' (2024), ben jij een fantastische boom. Om jou en jouw soort wat beter te leren kennen hebben we een aantal vragen voor je opgesteld. Te beginnen met de allereerste: waar liggen jouw roots?

~~Slava~~ Boom: Diep, diep onder de grond. Daar waar het meest vochtig is en waar ik de meeste mineralen uit de aarde kan halen.

Interviewer: Dat klinkt als een goede overlevingsstrategie. Wat voor soort boom ben je eigenlijk, een loofboom, een naaldboom? Een geheime, derde variant?

Boom: Eigenlijk gewoon echt... een 'boom' boom. De meest bomige boom die je kan bedenken.

Interview: Kun je dat toelichten? Wat maakt jou echt een bomige boom?

Boom: Ik ben nogal stok, en houterig. Ik ben niet zo spraakzaam. Het is een zeer grote uitdaging om dit interview af te nemen.

Interviewer: We waarderen de moeite. Dan nog een vraag: wat is je favoriete weer?

Boom: (Na enkele seconden van stilte.) Dat is een zeer, zeer goede vraag. De zon en regen hebben allebei zijn voordelen. Het beste is natuurlijk een combinatie van alles over een langere tijd, niet te nat want dan krijg je last van rot, niet te heet want dan droog je uit...

Interviewer: Duidelijk. Een boom is geen wezen van extremen, maar van stabiliteit. Er moet een middengrond gevonden worden tussen deugd en ondeugd. Over persoonlijke filosofie gesproken, wat is jouw strategie voor persoonlijke groei?

Boom: Goed wortelen. En vooral, diep wortelen.

Interviewer: Uiteraard, een boom ervaart natuurlijk ook veel tegenslag. Ten tijde van dit interview is de herfst alweer begonnen en beginnen de blaadjes te vallen. Zulke lichamelijke verandering lijken me erg derealiserend, hoe ervaar jij dat?

Boom: Je moet afwachten tot het blad licht genoeg is dat het los laat. Als ze klaar zijn om te vlieden, dan moeten ze nou eenmaal vlieden. Waar ik wel last van heb, is honden die tegen me aan piesen.

Interviewer: Dat klinkt vervelend. Laten we snel van de persoonlijke vragen wisselen naar een vraag van sociaal belang. Wat is jouw mening over ontbossing, maken jij en je medebomen je zorgen over de staat van de wereld?

Boom: Als je het hebt over menselijke ontbossing, dat is pijnlijk. Ja, dat doet pijn. Het is een soort genoxide [sic].

Interviewer: Ten slotte, de laatste brandende vraag. Word je het liefst herinnerd voor de schaduw die je biedt, je natuurlijke pracht en praal, of het fruit van je takken?

Boom: Ik heb daar geen eenduidig antwoord op. Een boom is een synthese van die dingen.

Interviewer: Een fotosynthese. :D

Boom: Wat bedoelde je met... 'brandende' vraag..?

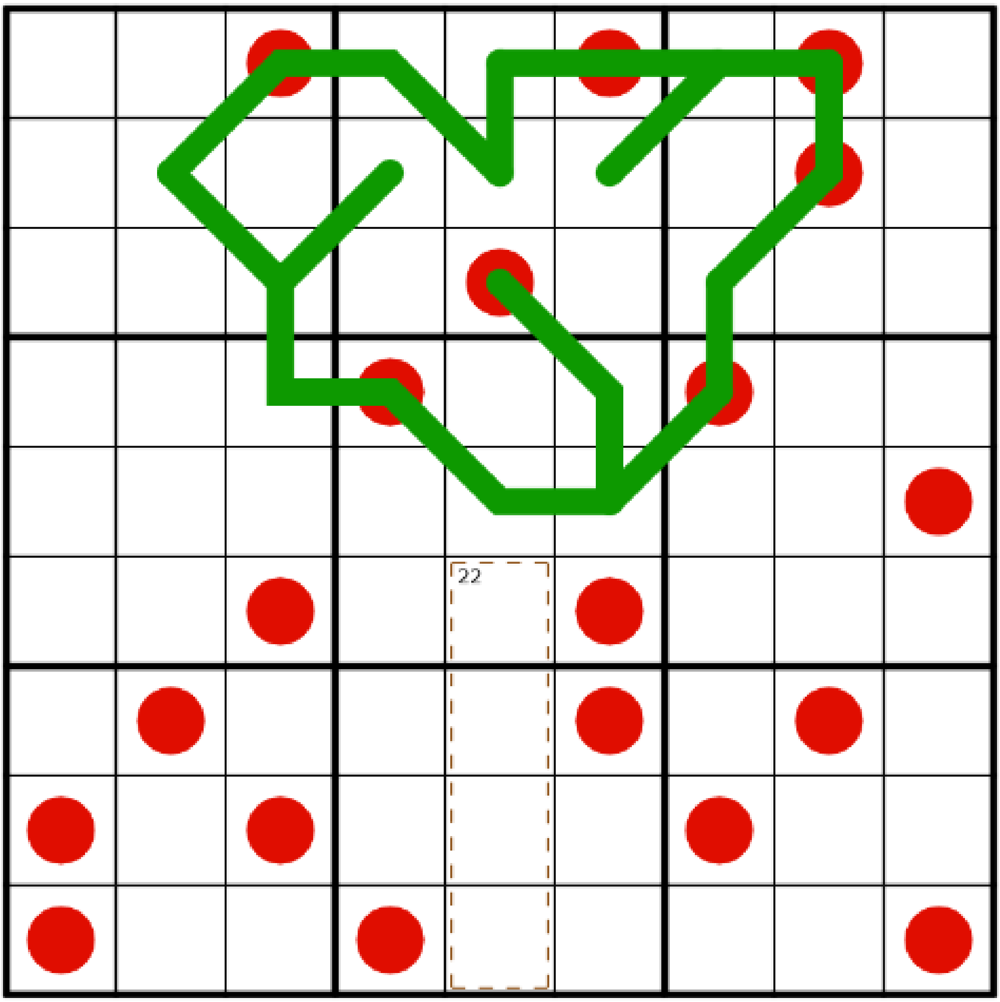
Sudoku - BOOOM

Lara Timmers

Heyhey leuke puzzelaars, bij deze weer een nieuwe hersenkraker om je tanden in te zetten - maar eet deze appels niet letterlijk! De regels zijn als volgt:

- Plaats de getallen 1 tot en met 9 in elke rij, kolom en elk 3 bij 3 vierkant.
- Appels zijn speciale vakken: het getal op een appel is gelijk aan de kolom, rij óf het 3 bij 3 vierkant waar de appel zich bevindt. De kolommen tel je van links naar rechts, de rijen van boven naar beneden en de 3 bij 3 vierkanten tel je van linksboven naar rechtsonder volgens de gebruikelijke leesrichting. De appel op rij 3 kolom 5 kan bijvoorbeeld het getal 3, 5 en 2 hebben.
- Getallen die naast elkaar staan op een groene lijn moeten een verschil hebben dat strikt groter is dan 4.
- Getallen in de boomstam sommen op tot 22.

Veel succes en plezier! De uitwerking kan je vinden later in deze editie van de Vakidioot. Echter, schroom ook niet om me te appen als je jezelf niet te veel wilt spoileren.



Complexe wortels

Yoram Veltmaat

Gezien het huidige thema *boom*, mag er geen artikel ontbreken over de ondergrondse, wateropnemende tentakels van een boom die men ook wel *wortels* noemt. Je hebt vast wel eens één van de 'bewijzen' gezien waaruit zou blijken dat $1 = 0$. Je hoeft geen wiskunde te studeren om te bedenken dat dit waarschijnlijk niet klopt, en meestal moet je eventjes zoeken naar de stap waar er door nul gedeeld wordt. Er is echter ook één van deze 'bewijzen' waar je misschien iets langer naar moet kijken, en dat is een 'bewijs' waar we gebruik maken van ons favoriete stukje gereedschap: complexe getallen.

Het 'bewijs'

Het bewijs dat $0 = 1$ gaat als volgt: we weten dat i het complexe getal is zodanig dat $i^2 = -1$. Dan geldt er dat:

$$\begin{aligned} 1 = \sqrt{1} &= \sqrt{(-1)(-1)} \\ &= \sqrt{-1}\sqrt{-1} = i \cdot i = i^2 = -1. \end{aligned}$$

Tadaa. De vraag is nu: waar gaat het fout? Als je er eventjes naar kijkt, is de enige plek waar het fout kan gaan op de overgang van de eerste naar de tweede regel. Hiermee hebben we dus eigenljik bewezen dat de wortelfunctie niet langer de eigenschap heeft dat $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ als we het domein van de wortelfunctie uitbreiden tot de negatieve getallen. Het is echter wel interessant om te zien wat we allemaal kunnen doen met de wortelfunctie buiten het gebruikelijke domein van $\mathbb{R}_{\geq 0}$. We moeten hier (helaas) wat rekenwerk voor verrichten.

How to: complexe wortels

We kunnen proberen om de wortelfunctie uit te breiden naar een functie $\sqrt{\cdot} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$. Hierbij moeten we wel rekening houden met het volgende: stel dat $z = \sqrt{w}$ een complex getal is zodat $z^2 = w$. Uit de hoofdstelling van de algebra volgt dat er precies twee oplossingen zijn voor z. Omdat een functie altijd voor één input ook maar één output kan geven, moeten we dus een keuze maken welk van deze twee oplossingen we beschouwen als $z = \sqrt{w}$. Dat er twee oplossingen zijn, is echter niet iets nieuws. Hetzelfde geldt immers ook normale wortelfunctie: $x^2 = y$ heeft twee oplossingen $x = \pm\sqrt{y}$. We kiezen dan voor de (normale) wortelfunctie de $+$ variant.

Dan nu het echte werk. We willen een functie $\sqrt{\cdot}$ met de eigenschap dat voor $z \in \mathbb{C}$ geldt dat $(\sqrt{z})^2 = z$. We kunnen elk getal z schrijven als $z = \alpha + i\beta$ met $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. We willen nu een complex getal $x + iy = \sqrt{z}$ met $x, y \in \mathbb{R}$ zodat

$$(x + iy)^2 = \alpha + i\beta.$$

We kunnen deze vergelijkingen uitschrijven en zo krijgen we een stelsel van vergelijkingen die we willen oplossen voor x en y:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \alpha \\ 2xy = \beta. \end{cases} \tag{1}$$

We kunnen nu de twee vergelijkingen kwadrateren en de tweede substitueren in de eerste:

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= (x^2)^2 + (y^2)^2 - 2x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - \beta^2 \end{aligned}$$

ofwel

$$\alpha^2 + \beta^2 = (x^2 + y^2)^2.$$

Hieruit halen we dat:

$$x^2 + y^2 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \tag{2}$$

waarbij we geen minteken nodig hebben omdat $x^2 + y^2 \geq 0$. Uit vergelijking (1) en vergelijking (2) volgt nu dat:

$$\begin{cases} x^2 = \frac{1}{2}\left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right) \\ y^2 = \frac{1}{2}\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right). \end{cases} \tag{3}$$

We kunnen dit nu oplossen voor x en y, maar we moeten voorzichtig zijn met de tekens. We kunnen de $+$ en $-$ oplossingen van vergelijking (2) niet zomaar combineren. Uit $2xy = \beta$ uit vergelijking (1) volgt dat het product hetzelfde teken moet hebben als β. We kunnen dit doen door het teken van x als $+$ te kiezen en het teken van y hetzelfde te kiezen als het teken van β. Hiermee krijgen we:

$$\sqrt{\alpha + i\beta} = \pm\left(\sqrt{\frac{\alpha + \rho}{2}} + i\,\mathrm{sign}(\beta)\sqrt{\frac{-\alpha + \rho}{2}}\right)$$

met $\rho = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. Verder hebben we hier gebruik gemaakt van de functie

$$\mathrm{sign}(\beta) := \begin{cases} -1, & \beta < 0 \\ 0, & \beta = 0 \\ 1, & \beta > 0. \end{cases}$$

We zien nu dat er inderdaad twee oplossingen zijn die we kunnen kiezen. Net als normaal is er een plusoplossing en een minoplossing. We kunnen nu, om de wortelfunctie te definiëren, simpelweg een keuze maken. Net als in het normale geval, kiezen we de plusoplossing. We hebben nu onze uitgebreide wortelfunctie gedefinieerd!

Een goede sanity check voor onze uitgebreide functie: wat gebeurt er als $\beta = 0$? Eventjes goed kijken laat zien dat we dan precies de normale wortelfunctie terugkrijgen, wat goed nieuws is. Het lijkt erop dat we de wortelfunctie succesvol hebben uitgebreid. We kunnen nu tevreden verder met ons leven, maar deze formule verdient niet echt een schoonheidsprijs. Om iets mooiers te vinden, kunnen we nog een andere aanpak proberen.

Meetkundige aanpak

Zoals vaker gebeurt is het handig om eerst goed na te denken voordat je begint met rekenen. In dit geval is het handig om te bedenken wat je eigenlijk aan het doen bent als je complexe getallen vermenigvuldigt. Als we twee complexe getallen z_1 en z_2 nemen, en we schrijven ze beide in poolvorm:

$$\begin{aligned} z_1 &= \rho_1\left(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\right), \\ z_2 &= \rho_2\left(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\right), \end{aligned}$$

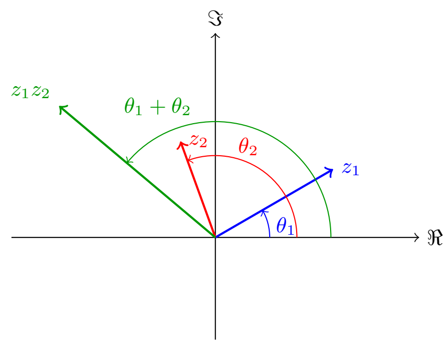
dan geldt er dat:

$$\begin{aligned} z_1 z_2 = \rho_1\rho_2[&(\cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2) \\ &+ i(\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2).] \end{aligned}$$

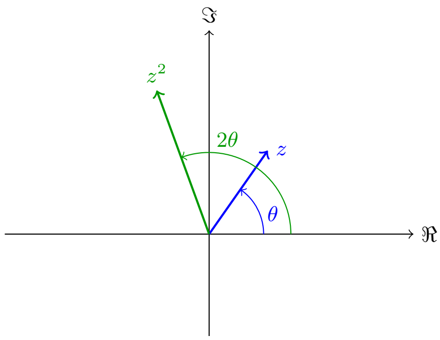
Aangezien iedereen de somformules voor de sinus en cosinus uit het hoofd kent, herkennen we direct dat dit gelijk is aan:

$$z_1 z_2 = \rho_1\rho_2\left(\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2).\right)$$

Hieruit zien we dat *vermenigvuldigen van twee complexe getallen hetzelfde is als het vermenigvuldigen van de moduli en het optellen van de argumenten* zoals te zien is in het figuur hieronder.



In het speciale geval dat $z_1 = z_2$ betekent dit voor $z = z_1^2$ dat $|z| = |z_1|^2$ en $\arg z = 2\arg z_1$. Als we nu een wortelfunctie willen definiëren, dan zou dit een functie moeten zijn die de (normale) wortel neemt van de modulus en het argument halveert.



We kunnen het volgende doen: gegeven een complex getal z, dan kunnen we z schrijven in de vorm:

$$z = \rho\left(\cos\theta + i\sin\theta\right) \qquad (\theta \in\,]-\pi,\pi]\ )$$

en dan kunnen we de wortelfunctie definiëren als:

$$\sqrt{z} = \sqrt{\rho\left(\cos\theta + i\sin\theta\right)} := \sqrt{\rho}\left(\cos\tfrac{\theta}{2} + i\sin\tfrac{\theta}{2}\right).$$

Kijk, dat lijkt er meer op. Deze formule is een stuk beter te onthouden. [1]

Dezelfde definitie?

We hebben nu twee definities (waarvan er één aanzienlijk makkelijker werkt dan de ander). Het zou nu wel handig zijn als ze ook nog overeenkomen. We kunnen expliciet nagaan dat ze hetzelfde zijn door uit te gaan van de tweede definitie en deze om te werken tot de eerste definitie.

Om dit na te gaan hebben we allereerst het volgende nodig:

$$\begin{aligned}\cos\frac{\theta}{2} &= \operatorname{sign}\left(\cos\frac{\theta}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}\\ \sin\frac{\theta}{2} &= \operatorname{sign}\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}.\end{aligned}$$

met $\operatorname{sign}(\cos\theta/2) = +1$ voor $-\pi < \theta \leq \pi$ en $\operatorname{sign}(\sin\theta/2) = \operatorname{sign}(\beta)$.

Verder geldt, als $z = \alpha + i\beta \neq 0$ dan:

$$\rho = \sqrt{\alpha^2+\beta^2}, \quad \cos\theta = \frac{\alpha}{\rho}, \quad \sin\theta = \frac{\beta}{\rho} \qquad (4)$$

Er geldt dan dat:

$$\begin{aligned}\sqrt{z} &= \sqrt{\rho}\left(\sqrt{\frac{1+\alpha/\rho}{2}} + i\operatorname{sign}(\beta)\sqrt{\frac{1-\alpha/\rho}{2}}\right)\\ &= \sqrt{\frac{\rho+\alpha}{2}} + i\operatorname{sign}(\beta)\sqrt{\frac{\rho-\alpha}{2}}\end{aligned}$$

wat precies gelijk is aan onze eerste definitie. We zien zo dat de twee definities overeenkomen.

Het 'bewijs' revisited

We zagen eerder in het 'foute' bewijs, dat het mis ging bij de stap waarin we gebruiken dat $\sqrt{z_1z_2} = \sqrt{z_1}\sqrt{z_2}$. De reden dat het daar fout ging, ligt aan het feit dat we veel gebruik gemaakt hebben van de eis dat $-\pi < \theta \leq \pi$ om de tekens goed te krijgen. Het is namelijk niet waar dat we de vergelijking $\sqrt{z_1z_2} = \sqrt{z_1}\sqrt{z_2}$ helemaal weg moeten gooien, we moeten er gewoon iets voorzichtiger mee zijn. Er geldt namelijk dat als

$$\begin{aligned}z_1 &= \rho_1\left(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\right),\\ z_2 &= \rho_2\left(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\right)\end{aligned}$$

met $\pi < \theta_1, \theta_2 \leq \theta$, dan geldt (na een klein beetje rekenen):

$$\sqrt{z_1}\sqrt{z_2} = \sqrt{\rho_1\rho_2}\left(\cos\tfrac{\theta_1+\theta_2}{2} + i\sin\tfrac{\theta_1+\theta_2}{2}\right).$$

Voor $\sqrt{z_1z_2}$ geldt dat $\arg z_1z_2$ in het interval $]-\pi,\pi]$ moet liggen omdat de wortel hiervan anders niet gedefinieerd is. Indien dit het geval is, geldt er dat:

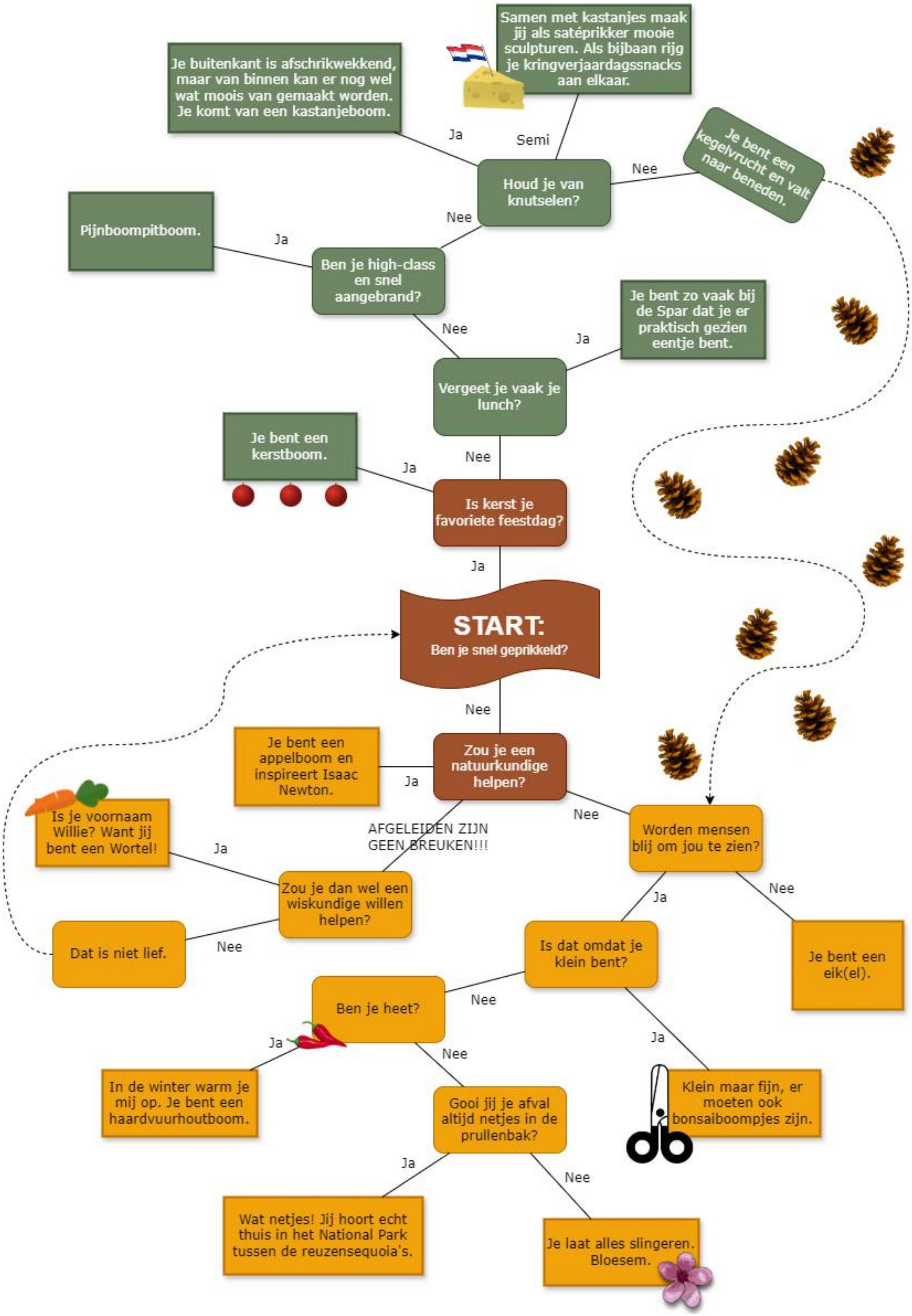
$$\sqrt{z_1z_2} = \sqrt{\rho_1\rho_2}\left(\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2} + i\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right).$$

We zien dus dat de twee uitdrukkingen overeenkomen *mits we hebben dat* $-\pi < \theta_1+\theta_2 \leq \pi$, omdat we $\sqrt{z_1z_2}$ wel moeten kunnen definiëren. Als $z_1 = z_2 = -1$ geldt, dan hebben we dat $z_1 = \cos(\pi) + i\sin(\pi) = z_2$ en dus $\theta_1+\theta_2 = 2\pi$. We zien dan dat dit precies de reden is dat het bewijs fout gaat, omdat er niet wordt voldaan aan de eisen om de eigenschap $\sqrt{z_1}\sqrt{z_2} = \sqrt{z_1z_2}$ te mogen gebruiken.

[1] Iets leuks: op een soortgelijke manier kunnen we ook de n-de wortels van een complex getal vinden. Hier moet je wel goed opletten op de periodiciteit van sin en cos. In het geval dat $n = 2$ vonden we eerder al twee wortels, maar wat gebeurt er in het algemeen voor n?

Keuzeboom: Welke boom ben jij?

Roxy van de Kuilen en Margo van Assenbergh



Pang! Het zaad is vrij!

Dehiscentie van planten

Margo van Assenbergh

Vroeger, toen ik sjaars was, liep ik eens in de botanische tuinen hier in Utrecht. Daar zag ik tot mijn grote verbazing een *Hura crepitans*, ook wel bekend als de 'dynamietboom'. Om eerlijk te zijn, was ik niet verbaasd om een plant te zien in de botanische tuinen, maar vooral verbaasd over de informatie dat ik op het bordje bij de boom zag staan. Er stonden allerlei leuke feitjes op; zo kan de boom wel zestig meter hoog worden en heeft de boom allemaal gekke stekels op de bast. Maar het meest bijzondere aan deze boom zijn de zaden. Wanneer deze rijp zijn, vallen ze uit de boom en bij neerkomen worden ze met wel 250 km per uur weggeslingerd! Dat is meer dan twee keer sneller dan dat we tussen 6:00 en 19:00 op de snelweg mogen in Nederland! Deze explosieve verspreiding van zaadjes noemt men *dehiscentie*[1] en dat ga ik in dit artikel proberen uit te leggen.

Waarom ontploffen (onderdelen van) planten?

Planten ontploffen om een simpele reden: ze willen zich (effectief) voortplanten. Bij de ontploffing komen zaden vrij en hierdoor worden ze door de lucht meegevoerd en zo rondom de plant verspreid. Er zijn verschillende voordelen voor een plant om op deze manier diens zaden te verspreiden. Zo kunnen de zaden van de plant verder van de ouderplant komen. Dit is vooral handig tegen *zaadpredatoren*, die zijn namelijk gewend om de zaden die direct onder de ouderplant vallen te eten. Ook is het zo dat het afschieten van zaden de kans op een landing op een geschikte groeiplaats kan vergroten. Best handig dus om als plant je zaad af te schieten.

Hoe werkt zo'n ontploffing?

De ontploffing ontstaat vaak doordat de vrucht waar de zaden zich in bevinden onder spanning staat en door een trigger ontploft. De vrucht kan op verschillende manieren openbarsten en er zijn verschillende triggers voor de ontploffing. Vaak wordt de vrucht ook wel het zaadkapsel genoemd, deze beschermt de zaden wanneer ze aan het rijpen zijn. Er zijn verschillende soorten zaadkapsels en deze zijn gecategoriseerd op de manier hoe ze open barsten. Zo is er het *poricide kapsel*, welke bij *poriële dehiscentie* hoort. Hier bevat de vrucht allemaal kleine gaatjes (poriën) waar de zaadjes uit vrijkomen wanneer de plant bijvoorbeeld wordt geschud door de wind of doordat iemand er tegenaan loopt.

[1] Er bestaat ook dehiscentie in de geneeskunde, dat is kortgezegd het uitscheuren/ontploffen van wonden bij een operatie. Je kan je vast wel voorstellen dat ik nogal geschrokken was van het aantal 'viezige' afbeeldingen bij het opzoeken van het woord dehiscentie.

Een mooi voorbeeld hiervan is de papaver, aan de bovenkant bevinden zich gaatjes waar zaadjes uit kunnen vallen.

Ik hoor je al denken, 'maar er is nu helemaal geen sprake van een ontploffing toch?'. Dat klopt, iets wat meer lijkt op een ontploffing is *klepdehiscentie*. Bij deze vorm van dehiscentie zijn er al vooraf bepaalde lijnen of klepjes in de vrucht gevormd. Wanneer de zaden rijp zijn, barst de vrucht open langs deze lijnen of klepjes en slingert het zaad door de lucht.

Figuur 1 *Papaver. Aan de bovenkant zijn er gaatjes waar zaadjes uit kunnen vallen wanneer de plant wordt bewogen.*

Spanningsoorzaken

De spanning op de wanden van de vrucht kan op verschillende manieren ontstaan. Zo kan het zijn dat er in de vrucht vocht ontstaat wat dan zorgt voor de nodige spanning op de wand van de vrucht. Wat ik hier een leuk voorbeeld van vind, is de *Ecballium elaterium*, ookwel de springkomkommer. De vrucht van deze plant zit vol met vocht en zaden. Wanneer deze rijp is, wordt de gehele vrucht afgeschoten. De vrucht stuwt zich als het ware voort door de opgebouwde druk van het vocht en de zaden in de vrucht. Er zijn hiervan genoeg slowmotionfilmpjes te vinden op YouTube.

Een andere manier is juist het uitdrogen van de vrucht, dan krimpen de vezels in de vruchtwand zodanig dat er spanning rond de randen/nerven ontstaat, die dan op een zeker moment zullen knappen. Een voorbeeld hiervan is een erwtenplant. De druk op de peul neemt toe wanneer de zaden erin rijpen en de peul uitdroogd. Uiteindelijk barst de peul open en springen de erwten weg.

Figuur 2 *De vruchten van een springkomkommer, wanneer deze rijp is scheurt de vrucht los van de stengel. Uit het gat wat ontstaat als de vrucht los scheurt, spuit een mengel van vloeistof met zaadjes, wat de vrucht voorstuwd en laat 'springen'.*

Super coole andere voorbeelden

De plant die je als kleuter mega vet vond

Het eerste voorbeeld is de *Impatiens* (springzaad), hier ontploft de zaadcapsule wanneer deze wordt aangeraakt. Deze ken je misschien wel van vroeger, ik vond het als kind fantastisch om deze planten te vinden en ze te laten 'ontploffen'.

Figuur 3 *De vrucht van springzaad voor aanraking.*

Bij deze plant staan de wanden van de vrucht onder spanning en bij ontploffing wordt deze energie gebruikt om de zaadjes af te schieten. De verschillende wanden van de vrucht breken open langs de lijnen die je ook in figuur 3 ziet, waarna de uiteinden van de wanden naar elkaar toe krullen en de zaadjes door deze snelle beweging wegschieten. Als de peulen rijp genoeg zijn, zal het mechanisme al getriggered worden bij zachte aanraking. In de natuur kan dat zijn omdat er een dier langs loopt, of doordat de wind de plant in beweging brengt en de peul ergens tegenaan botst. Maargoed, als je daar niet op wilt wachten en wel de ontploffing wil zien, dan kan je ook aan de zijkanten van de peul drukken en dan klapt deze zo open.

Figuur 4 *De vrucht van springzaad na ontploffing.*

Figuur 5 *Vrucht van de Hura crepitans, ofwel dynamietboom.*

De boomboom

De dynamietboom is naar mijn mening de plant die het dichtst bij een echte ontploffende plant komt. Dat komt doordat de zaden van deze plant bij de dehiscentie vrijkomen met een super harde knal. De boom produceert vruchten die lijken op mini pompoenen van ongeveer $5\ \mathrm{cm}$, met daarin de zaden. Deze vrucht staat onder zo veel spanning dat de zaden wel 100 meter van de boom terecht kunnen komen na ontploffing, ze bereiken dan snelheden van tot wel $250\ \mathrm{km/h}$. Dit komt omdat de zaden zo efficient mogelijk afgeschoten worden met een zogenoemde 'backspin' en een speciale vorm hebben waardoor de luchtwrijving minimaal is. Backspin is een beweging waarbij het voorwerp de ene richting opgaat en tegelijkertijd de andere kant om zijn eigen as draait. Je kan je vast wel voorstellen dat het levensgevaarlijk is om in de buurt van een dynamietboom te zijn wanneer er vruchten aan hangen. Dat is ook de reden dat de medewerkers van de botanische tuinen ervoor zorgen dat er geen vruchten aan de boom kunnen rijpen.

Figuur 6 *Zaad van de Hura crepitans, ofwel dynamietboom.*

'Boom' zei de paddenstoel, met een diepe zucht...

Explosieve verspreiding van zaden is een fenomeen dat ook bij paddenstoelen voorkomt. Denk bijvoorbeeld aan de gele aardappelbovist. Deze gele bolletjes op de grond kunnen, wanneer ze rijp zijn, ook ontploffen. Er komt dan een zwarte wolk aan stof vrij. Deze stof bestaat uit een hele boel sporen, dat zijn een soort 'zaadjes' van de paddenstoel.

Explosieve zaadverspreiding is een bijzonder mechanisme dat planten hebben ontwikkeld voor hogere overlevingskansen. Er zijn zoveel manieren van dehiscentie bij planten: van dodelijke knallen van de dynamietboom tot het schudden van papaver planten, het komt vaker voor dan je misschien verwacht. De volgende keer dat je door de botanische tuinen loopt, moet je maar opletten dat de dynamietboom je niet te grazen neemt. En wanneer je weer erwten eet, vergeet dan niet om even te denken aan dehiscentie.

QQQ: Quirijns Queens Qwebbelen

Kevin van Dijk

We hebben allemaal wel iets waar we een sterke mening over hebben, of we hebben iets meegemaakt waar we maar al te gepassioneerd over kunnen praten. Voor een neutraal bestuurslid zijn deze dingen soms moeilijk voor je te houden[1] dus daarom is deze rubriek voor 'Quirijns Queens'[2] het ideale medium om je ei kwijt te kunnen als bestuurslid. Deze editie trap ik, Kevin, af met een 'qwebbel' over de chococcino.[3]

De 'oude lullen'[4] onder ons herinneren zich nog wel de chococcino uit een van de vele automaten op de uni. Vroeger had je namelijk twee keuzes: chococcino of chocolademelk (naast de koffiekeuzes natuurlijk). Inmiddels hebben we nieuwe automaten[5] en zijn de opties uitgebreid naar chocolade, chocolade crème en chocolade melk. Als je dan vraagt welke van deze opties de chococcino is, zullen de meesten zeggen dat de chocolade melk het meest erop lijkt. Deze is echter zeker niet hetzelfde. Zijn de ingrediënten anders dan? Geen idee, zelfs de leverancier MAAS heeft het niet op hun website staan (zie `https://maas.nl/machines/`).

Ik weet nog goed waar de verslaving begon. Tijdens mijn hele tweede jaar oefenden mijn vrienden en ik druk op elkaar uit om TA te worden, zodat we ook in het bezit konden zijn van zo'n koffiepas. Uiteindelijk was ik TA van het vak Inleiding Kansrekening en niet veel later had ik hem in mijn handen, die koffiepas. Ik probeerde het verlangen om steeds een chococcino te halen nog lang tegen te houden en bleef elke pauze in eerste instantie nog braaf langs de kamer lopen om thee te halen. Echter, met de groepsdruk van je vrienden om je heen en het verlangen om af en toe toch even echt lekker te genieten van het gesuikerde drankje, nam de automaat toch al snel mijn leven over. Inmiddels krijg ik het al anderhalf jaar lang voor elkaar om een koffiepas in mijn bezit te hebben. De nieuwe, minder lekkere, chocolade melk zal de nieuwe studenten toch minder snel verslaafd maken. Jammer.

Het volgende wat ik heb meegemaakt is iets heftiger en zal ik zeker niet snel vergeten. Daar sta ik, om 8:59, vlak voor mijn college Voortgezette Statistische Fysica. Joost staat al voor Ruppert Rood naar me te kijken of ik nou eens een keer naar binnen kom. Maar ja, ik ben vandaag te vroeg, dus tijd zat om nog even een chococcino uit de automaat te halen. Zo haal ik net op tijd het college met mijn halve chococcino en kan ik mijn dag goed beginnen. En toch, op het moment dat je denkt dat het niet meer mis kan gaan, gaat het mis. Ik neem een slok chococcino en nee, dat bleek helemaal geen chococcino te zijn. In mijn haast was ik naar de vegan automaat gelopen, dus voor mijn neus staat een vegan chococcino. Er zat havermelk in mijn kopje! De horror. De lezer begrijpt wel dat ik helemaal niks meer van dat college heb meegekregen en vijfenveertig lange minuten heb moeten wachten tot ik in de pauze mijn mond kon spoelen met een echte chococcino (ja, ik had een hele nodig). Die nieuwe automaten zijn een stuk sneller en daarmee de wachtrijen korter, dus dit verhaal zal nu niet zo snel iemand anders overkomen.

De herinneringen zijn alles wat we nog over hebben van de oude automaten, en daarvoor vraag ik 79 seconden stilte.

Maar treur niet te lang, verandering brengt bijna altijd wel iets goeds met zich mee. Dat geldt ook voor deze verandering. Hoe vaak heb ik wel niet de discussie gehoord of de chocolade melk of de chocolade crème beter is? Daarnaast kan je een hele chococcino (sommigen noemen dit een dubbele) nu op wel 6 manieren maken. Dat worden er zelfs 9 als je de volgorde belangrijk vindt. En dan tel ik de chococcino met dubbele espresso combinaties niet eens mee. We kunnen hoopvol verder, op naar nieuwe herinneringen!

[1] Voor de mensen die mij nog niet kennen: ik hou me hier absoluut niet aan.

[2] *Editor's note:* wij van de redactie zijn stiekem heel blij dat Kevin geen voorzitter is geworden.

[3] Wil jij ook gratis genieten van een chococcino? Kom gerust langs de (bestuurs)kamer en vraag of je van mij of iemand anders een koffiepas mag lenen.

[4] Lees: tweedejaars of ouder.

[5] Zie `https://dub.uu.nl/nl/nieuws/nieuwe-koffie-de-automaten-alles-beter-dan-wat-we-nu-hebben`.

Boem, de singulariteiten zijn verdwenen!

Roxy van de Kuilen

Een singulariteit in de ruimte die je probeert te begrijpen, maakt je leven moeilijker. De raakruimte is namelijk niet gedefinieerd in zo'n punt. Dit zorgt er bijvoorbeeld voor dat we onze ruimte minder makkelijk kunnen classificeren. Gelukkig is er een oplossing: we kunnen de ruimte 'opblazen'. *Blowing up a space at a center* zoals het in het Engels heet, geeft soms een niet-singuliere ruimte waar we wél blij van worden.

Wat zijn blowups?

De formele definitie[1] luidt als volgt:

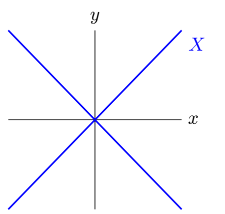
Om de ruimte $X \subseteq \mathbb{A}^n$ op te blazen, nemen we een ideaal $P \subseteq k[x_1, \cdots, x_n]$. We kunnen dan polynomen $g_1, \cdots, g_m$ vinden zodat deze het ideaal P genereren. We definiëren Z als de verzameling van punten waarvoor al deze m polynomen gelijk zijn aan nul. Hiermee definiëren we de afbeelding:

$$\begin{aligned} \sigma : X \setminus Z &\to X \times \mathbb{P}^{m-1}, \\ x &\mapsto (x, (g_1(x) : \cdots : g_m(x))). \end{aligned}$$

waarin $x = (x_1, \cdots, x_n)$. De afbeelding σ is dan een injectief morfisme. De afsluiting van $\sigma(X \setminus Z)$ noemen we de *blowup* van X langs P met centrum[2] Z en we noteren dit als $\widetilde{X}$.

Intuïtief kan een blowup opgevat worden als het 'opblazen' van de punten in het centrum tot een lijn. Om dit te illustreren, zullen we twee voorbeelden geven.

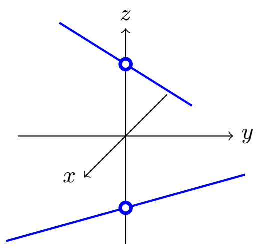
Een kruis in $\mathbb{A}^2$



Figuur 1 *De verzameling X in het affiene vlak.*

Voor dit voorbeeld nemen we de ruimte $X = \{x^2 - y^2 = 0\}$. Dit is een kruis in het affiene vlak, aangezien het de punten (x, y) bevat waarvoor $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 0$, oftewel $y = x$ of $y = -x$ geldt. We zien gelijk dat we een singulariteit in de oorsprong hebben. Omdat we hier niet blij van worden, gaan we dit punt opblazen.

We nemen daarvoor het centrum gedefinieerd door de polynomen x en y, dat wil zeggen, $Z = \{(0, 0)\}$. Volgens de formele definitie moeten we dan kijken naar $\sigma : X \setminus \{(0, 0)\} \to X \times \mathbb{P}^1$ gedefinieerd als $\sigma(x, y) = ((x, y), (x : y))$. We merken op dat $(x : y)$ opgevat kan worden als de helling in het punt (x, y), mits $x \neq 0$. Gelukkig geldt $x \neq 0$ ook voor alle $(x, y) \in X \setminus Z$. Dit betekent dat we σ ook op kunnen vatten als een afbeelding van $X \setminus Z$ naar $X \times \mathbb{A}^1$, gedefinieerd als $\sigma(x, y) = (x, y, \frac{y}{x})$. We zien dat de lijn $y = x$ zonder $(0, 0)$ afgebeeld wordt op $(x, y, 1)$ en de lijn $y = -x$ zonder $(0, 0)$ gaat naar $(x, y, -1)$. Hiermee bepalen we $\sigma(X \setminus Z)$, welke te zien is in Figuur 2.



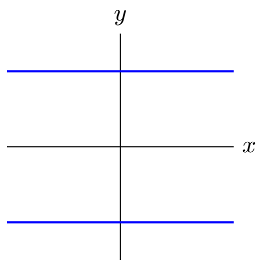
Figuur 2 *Het beeld van $X \setminus Z$ onder de afbeelding σ.*

Om de blowup te bepalen, moeten we de afsluiting van $\sigma(X \setminus Z)$ achterhalen. Met een beetje gepuzzel, zien we dat dit dan gelijk is aan $\sigma(X \setminus Z)$, met de punten $(0, 0, 1)$ en $(0, 0, -1)$ toegevoegd. Het lot wil dat we dit nog makkelijker kunnen weergeven, jippie! We zien namelijk dat $\overline{\sigma(X \setminus Z)}$ isomorf is

[1] Laat je niet afschrikken door de ingewikkelde definitie! De voorbeelden die volgen geven een concrete weergave van blowups en zijn genoeg voor een eerste intuïtieve introductie tot dit bijzondere onderwerp. Lees dus vooral door!

[2] Mijn excuses voor matige vertaling van termen uit het Engels, er zijn weinig (lees: geen) Nederlandse betrouwbare bronnen over dit onderwerp.

aan de twee horizontale lijnen in $\mathbb{A}^2$ zoals in Figuur 3 via de afbeelding $(x, y, z) \mapsto (x, z)$. De blowup van X met centrum $Z = \{(0, 0)\}$ wordt dan gegeven door $\widetilde{X} = \{y^2 - 1 = 0\}$.



Figuur 3 *De blowup van X in het affiene vlak.*

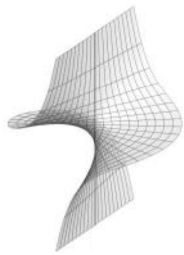
Ik hoor je denken: *"Roxy, leuk voorbeeld hoor, maar een ruimte opblazen zal vast niet altijd een niet-singuliere ruimte geven."* Dat klopt! Er zijn talloze voorbeelden van ruimtes waarbij een bepaalde blowup een singuliere ruimte oplevert. Eenzelfde ruimte opblazen over twee verschillende centra Z_1 en Z_2 kan zelfs voor Z_1 een singuliere ruimte geven en voor Z_2 een niet-singuliere ruimte. Denk nu echter niet dat je helemaal niets aan blowups hebt omdat ze niet altijd de singulariteit oplossen. Het nut van blowups kan namelijk samengevat worden in de volgende stelling, in 1964 bewezen door de wiskundige Heisuke Hironaka.

De Stelling van Hironaka: In lichamen met karakteristiek 0 kan elke singulariteit opgelost worden door een eindige reeks van blowups.

Het affiene vlak

We hoeven niet per se een singuliere ruimte op te blazen. In dit voorbeeld zullen we $\mathbb{A}^2$ (niet-singulier!) opblazen met de het ideaal gegenereerd door de polynomen x en y. De oorsprong is dan weer ons centrum. Nogmaals zullen we de afbeelding $\sigma : \mathbb{A}^2 \setminus Z \to \mathbb{A}^2 \times \mathbb{P}^1$ gebruiken die (x, y) naar $((x, y), (x : y))$ stuurt. Zoals we al eerder zagen, blazen we met deze afbeelding $(0, 0)$ op tot een 'lijn'. Hetzelfde principe zullen we hier ook gebruiken. We kunnen nu dus voor alle lijnen die door de oorsprong in $\mathbb{A}^2$ gaan, de ratio $(x : y)$ beschouwen als de helling van de lijn. Oftewel, deze lijnen worden naar de hoogte $\frac{y}{x}$ gestuurd. Voor de lijn $x = 0$ kan dit formeel gezien natuurlijk niet. Deze lijn wordt door σ afgebeeld op $((0, y), (0 : y))$, wat we intuïtief beschouwen als de lijn boven de y-as op hoogte *oneindig*. In de projectieve ruimte geldt dat $(0 : y) = (0 : -y)$, waardoor we zien dat die lijn op oneindig ook gelijk is aan de lijn op hoogte *min oneindig*.

Er blijkt dat $\mathbb{A}^2 \setminus Z$ naar een spiraalvorm om de projectieve as gestuurd wordt onder de afbeelding σ, waarbij de projectieve as zelf geen onderdeel is van het beeld (want $(0, 0)$ zit niet in het domein en dat punt blazen we juist op tot $\mathbb{P}^1$). Om de blowup van $\mathbb{A}^2$ met centrum Z te bepalen, nemen we de afsluiting van deze spiraal. Dit betekent dat nu de projectieve as wél onderdeel is van $\widetilde{X}$. De spiraal $\widetilde{X}$ is te bewonderen in Figuur 4.



Figuur 4 *De visualisatie van de spiraal $\widetilde{X}$.*

Het leuke is nu dat deze $\widetilde{X}$ een bijzondere eigenschap heeft. Wanneer we ons herinneren dat de lijnen op hoogte *oneindig* en *min oneindig* equivalent aan elkaar zijn (ze zijn beiden het beeld van de lijn $x = 0$ onder σ), zien we dat de spiraal uit Figuur 4 eigenlijk 'dubbelgeklapt' zou moeten worden waarbij de bovenste horizontale lijn aan de onderste gelijmd wordt. Wanneer we deze lijmpoging uitvoeren, krijgen we als resultaat dat de *blowup* van $\mathbb{A}^2$ met de oorsprong als centrum, iets wegheeft van (en zelfs isomorf is aan) de Möbiusband.

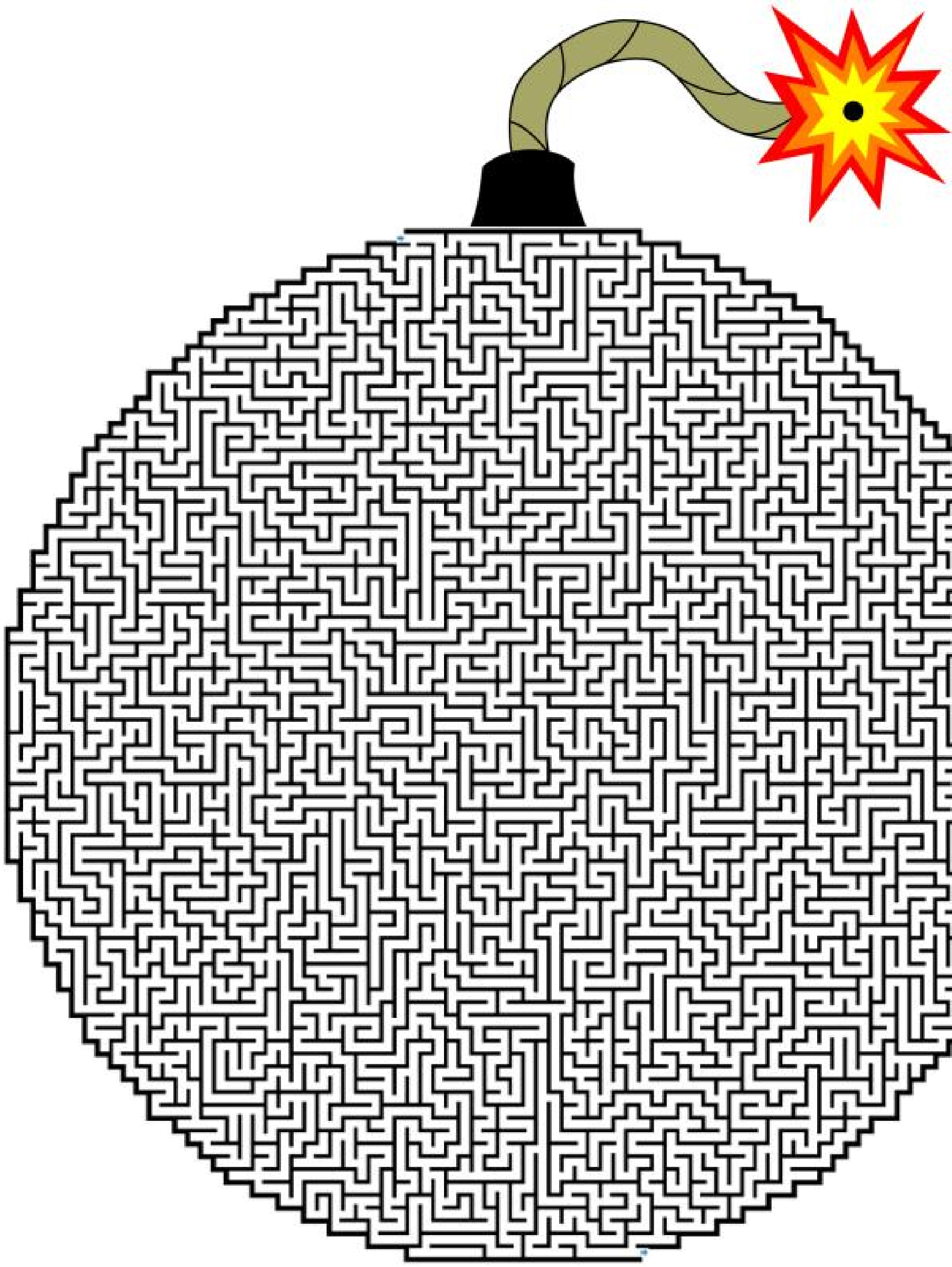
Conclusie

Hoewel blowups ingewikkeld zijn om te construeren en dit veel berekeningen met zich mee brengt, kunnen ze een goede uitkomst bieden voor het omzeilen van werken met singuliere ruimtes. Ik wil afsluiten met een bedankje naar mijn groepsgenoten van Orientation on Mathematical Research. Zonder hen had ik blowups nooit genoeg kunnen begrijpen om dit artikel voor de Vakidioot te schrijven. *Thank you!*

Pas op! Het doolhof ontploft!

Margo van Assenbergh

Als je een papieren Vakidioot hebt weten te bemachtigen, dan is het nu je kans om een pen te pakken en op deze pagina te kladderen! Zoals je ziet staat de bom in de fik, dus je moet het doolhof wel op tijd oplossen. Anders is de bom al ontploft voordat je de uitgang gevonden hebt!

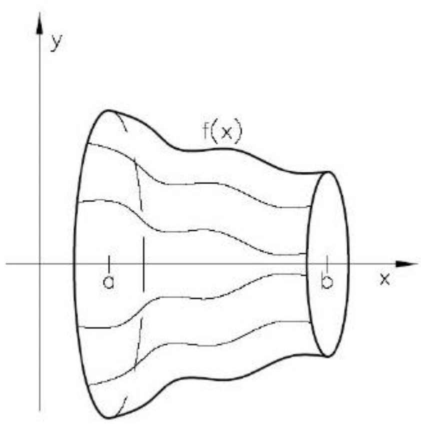


Omwentelingslichamen bashen
Waarom zou je dat doen?

Veerle van den Hurk en Jasper Oostlander

In de vorige editie van de Vakidioot stond een artikel van Quirijn Kokkeler getiteld *'Omwentelingslichamen: Waarom zou je dat doen?'*. Hierin stelt hij dat het onderwerp pure tijdverspilling is en uit het examenprogramma geschrapt zou moeten worden. Zijn argumenten? Het onderwerp zou geen praktische toepassingen hebben, geen nieuwe wiskundige kennis toevoegen en amper getoetst worden. Volgens Quirijn zouden alleen wiskundedocenten het jammer vinden als dit onderwerp verdwijnt, omdat ze dan 'iets anders moeten verzinnen om hun leerlingen mee te irriteren'. Wij, twee (momenteel inactieve) wiskundedocenten, voelen ons geroepen om te reageren.

Om te beginnen mis je met het schrappen van een onderwerp vanwege te weinig toetsing natuurlijk de essentie van het onderwijs; toetsen moet het leren ondersteunen, niet andersom. Daarnaast worden omwentelingslichamen wel degelijk gebruikt, bijvoorbeeld in MRI-scans, maar dat is niet het punt dat wij willen maken. Waar het ons om gaat, is de vraag of onderwerpen in het curriculum enkel waardevol zijn als ze een directe toepassing hebben. Of mag het juist ook draaien om het ontwikkelen van vaardigheden, zoals het combineren van abstracte concepten. Het behandelen van omwentelingslichamen laat leerlingen bijvoorbeeld zien hoe kennis over cirkels verbonden kan worden met integreren. Net zoals je in de sportschool traint om sterker en fitter te worden, en niet alleen om gewichten te tillen, draait het bij wiskunde om het trainen van je abstracte denkvermogen, niet om het simpelweg aanleren van trucjes.



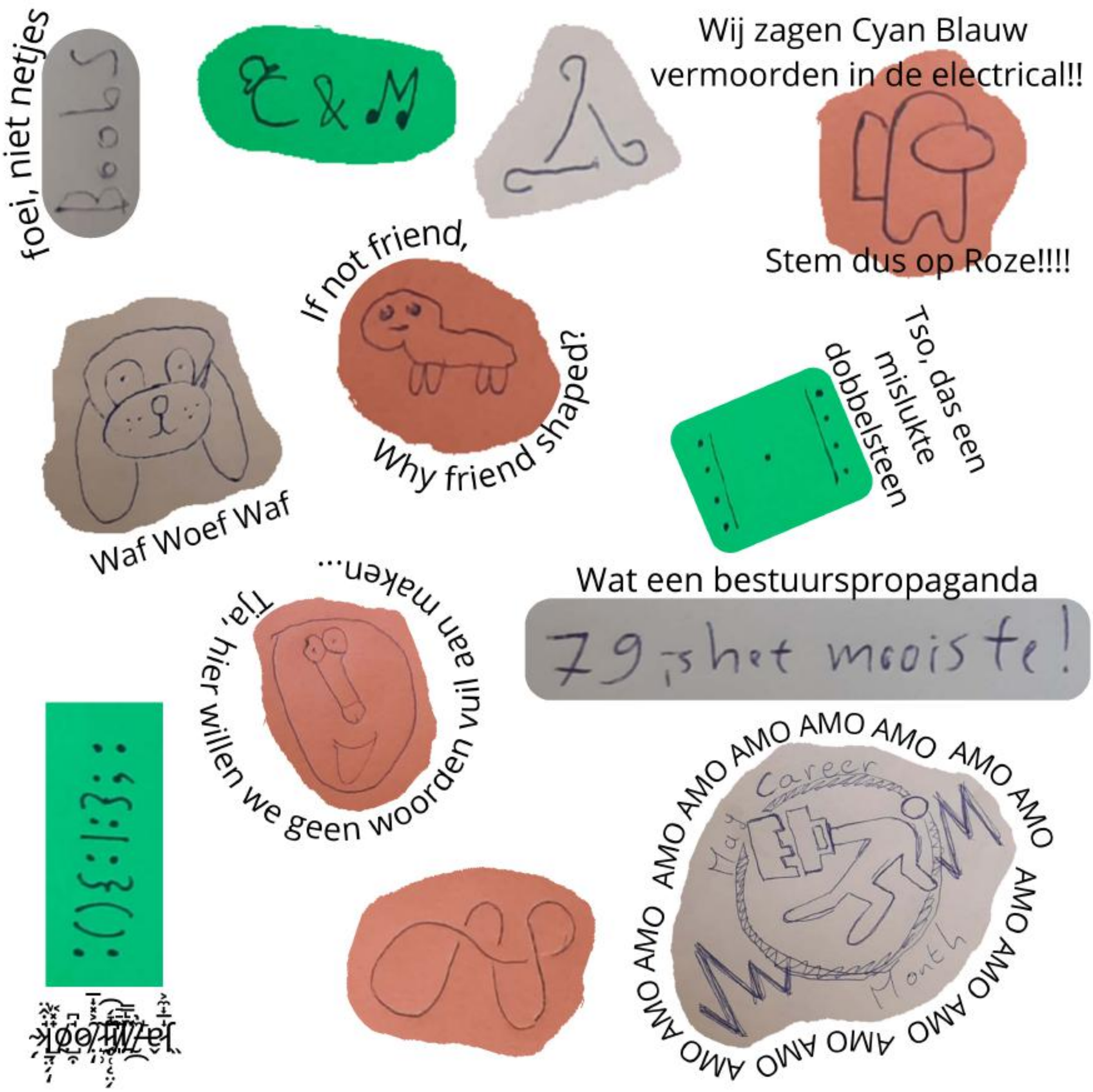
Quirijn lijkt deze beperkte blik op het vak echter wel te hebben als hij pleit voor het schrappen van dit onderwerp, met als argument dat het 'geen nieuwe wiskundige kennis toevoegt'; voor het berekenen van de inhoud van een kegel zou je namelijk 'simpelweg de bijbehorende formule kunnen gebruiken'. Maar is het niet juist de bedoeling dat we stilstaan bij de vraag waar die formule eigenlijk vandaan komt? Wiskunde gaat niet om het onthouden van losse formules, maar om inzicht in de achterliggende concepten – en laat de inhoudsformule van een kegel nu juist voortkomen uit het idee van omwentelingslichamen.

Wij snappen dat het bashen van middelbare schoolvakken en docenten een populaire bezigheid is, maar dit kan, al is het ludiek bedoeld, ook schadelijk zijn. Het lerarentekort is groot, zeker voor wiskunde. Onder andere wij, als huidige wiskundestudenten, zijn de wiskundedocenten van de toekomst. Laten we daarom bijdragen aan een positieve uitstraling van het vak wiskunde én het beroep van wiskundedocent. Docenten zoeken niet naar extra stof om leerlingen mee te 'irriteren', maar naar manieren om hen aan het denken te zetten. Juist dit is, naast het motiveren, inspireren en enthousiasmeren van leerlingen, een van de vele interessante uitdagingen van het beroep. Wij moedigen iedereen aan zelf te ervaren hoe deze aspecten het docentschap zo voldoenend maken, bijvoorbeeld door het volgen van een educatieve minor. De vraag naar gedreven docenten die hun passie voor wiskunde willen delen, blijft groeien. Laten we die passie zelf uitstralen en ons enthousiasme voor wiskunde blijven uitdragen.

Door leden, voor leden

Willekeurige A–Eskwadraters

Misschien heb je de briefjes wel zien hangen in de kamer. De afgelopen tijd kon je je eigen inzending schrijven/tekenen/maken voor de Vakidioot door op zo'n papiertje te tekenen. Zie hier het resultaat van de meest mooie, spraakmakende creaties, gecombineerd met de reactie van de redactie.

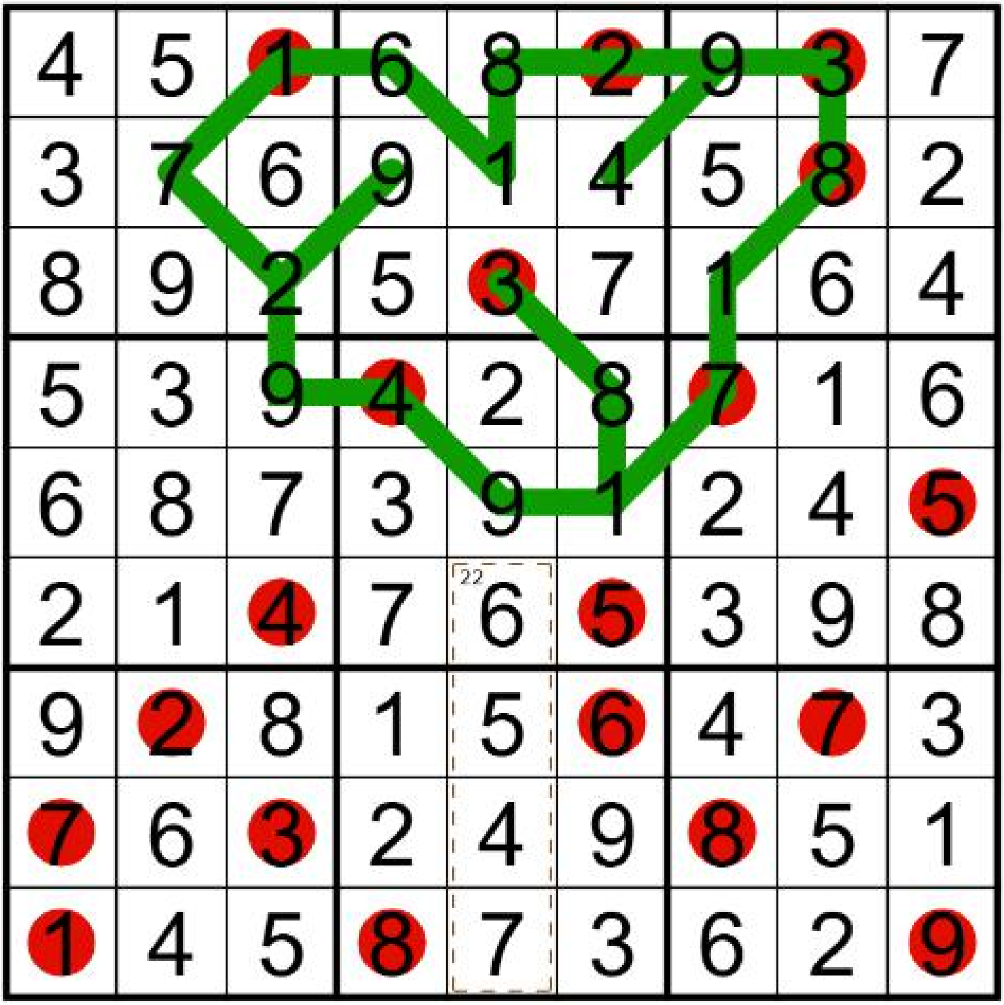


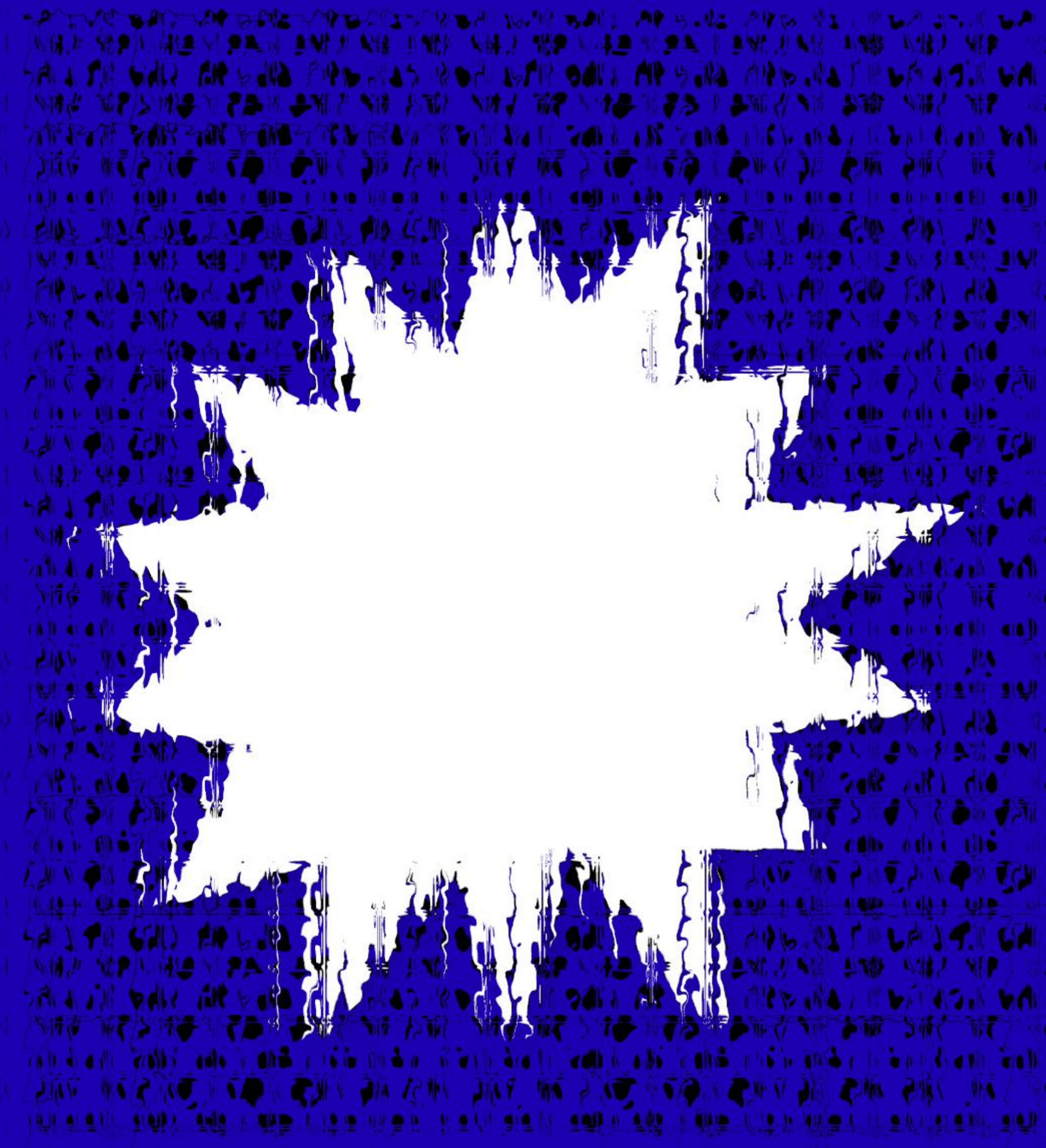
Ben je na het zien van deze pracht en praal jaloers op de mensen die met hun creaties in de Vakidioot zijn gekomen? Houd je ogen open voor nieuwe papiertjes om op te tekenen, en wie weet staat jouw werk in de volgende editie! Mocht het je nou zo leuk lijken om mee te werken aan de volgende editie dat je meer wil doen dan een doodle, is er altijd de mogelijkheid om een gastartikel te schrijven. Spreek een commissielid aan of stuur een mailtje naar vakidioot@a-eskwadraat.nl voor meer informatie!

Uitwerking - BOOOM

Lara Timmers

Daar is ie dan - de uitwerking van de sudoku!





VAKIDIOOT
A–Eskwadraat
Nummer 1 - Boom
Jaargang 2024-2025